

BÀI TẬP NÂNG CAO HÌNH HỌC 9

Bài 1 : Cho đường tròn tâm O , đường kính AB . Trên đường tròn lấy 1 điểm C sao cho $AC > BC$. Các tiếp tuyến tại A và C của đường tròn O cắt nhau tại D , BD cắt (O) tại E . Vẽ dây cung

EF//AD , vẽ CH vuông góc với AB tại H

1/Chứng minh : $AE=AF$ và $BE=BF$

2/ADCO là tứ giác nội tiếp

3/ $DC^2=DE.DB$

4/ $AF.CH=AC.EC$

5/Gọi I là giao điểm của DH và AE , CI cắt AD tại K . Chứng tỏ : KE là tiếp tuyến của (O)

6/Từ E kẻ đường thẳng song song với AB cắt KB tại S , OS cắt AE tại Q . Chứng minh : 3 điểm D,Q,F thẳng hàng

Bài 2 : Cho đường tròn tâm O , đường kính AB . Trên đường tròn lấy 1 điểm C sao cho $AC > BC$. Các tiếp tuyến tại A và C cắt nhau tại D , BD cắt (O) tại E . Từ O kẻ đường thẳng song song với AD cắt BC tại M . Chứng minh

1/Tứ giác ADOC nội tiếp , xác định tâm

2/Tứ giác ADMO là hình chữ nhật

3/Tứ giác DMCO là hình thang cân

4/Gọi N là giao điểm của AE và DM , AC cắt OD tại H . Chứng minh : $HN // OC$

5/AC cắt DM tại S , BS cắt (O) tại I . Chứng tỏ : 3 điểm N,C,I thẳng hàng

Bài 3 : Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn nội tiếp (O:R) có $AB < AC$. Vẽ 2 đường cao BE và CF của tam giác ABC cắt nhau tại H

1/Chứng minh : Tứ giác BFEC nội tiếp , xác định tâm I

2/Chứng minh : $AH=2OI$

3/EF cắt (O) tại M và N (M thuộc cung nhỏ AB), MI cắt (O) tại K . Chứng minh :

a/ tam giác AMN cân

b/ $HF.CF - HE.BE = OE^2 - OF^2$

c/ $BC^2=4MI.KI$

4/ Vẽ HT vuông góc với NK tại T . Chứng minh : AK vuông góc với HN rồi suy ra tứ giác MKTE nội tiếp

Bài 4 : Từ 1 điểm A ngoài (O:R) . Vẽ 2 tiếp tuyến (B,C là tiếp điểm) sao cho $OA > 2R$, OA cắt BC tại H . Vẽ đường kính CD , AD cắt (O) tại E . Chứng minh rằng :

1/Tứ giác OBAC nội tiếp rồi xác định tâm

2/ $BD // OA$ và $BD.OA=2R^2$

3/Tam giác BEH là tam giác vuông

4/Gọi F là giao điểm của BC và AD , AB cắt CD tại I , BE cắt OA tại M . Chứng tỏ : 3 điểm I,F,M thẳng hàng

5/Gọi S là giao điểm của CE và OA . Từ S kẻ đường thẳng song song với BC cắt (O) tại N (N thuộc cung nhỏ CE) . Chứng minh : MN là tiếp tuyến của (O)

6/OA cắt (O) tại G (G thuộc cung nhỏ BC) . Chứng minh : $EG^2=ES.EM - SG.MG$

Bài 5 : Từ 1 điểm A ngoài (O:R) . Vẽ 2 tiếp tuyến (B,C là tiếp điểm) . Trên cung nhỏ BC lấy 1 điểm M sao cho $MB > MC$. Tiếp tuyến tại M của (O) cắt AB và AC lần lượt tại F và E . Gọi H là giao điểm của EF và BC . Chứng minh

1/Các tứ giác OBAC , OCEM , OBFM nội tiếp

2/ $HM^2=HC.HB$

3/Chu vi tam giác $AEF = 2AB$

4/Gọi I và T lần lượt là giao điểm của BC với OF và OE . Chứng tỏ : 3 đường thẳng OM,FT,EI đồng quy

5/ Chứng minh : AM vuông góc với OH

6/ Gọi S là trung điểm của OM . Kẻ AQ vuông góc với HF tại Q , HS cắt AQ tại N . Đường thẳng qua N vuông góc với AH cắt EQ tại K . Chứng minh : K là trung điểm MQ

Bài 6 : Từ 1 điểm A ngoài (O;R) sao cho $OA > 2R$. Vẽ 2 tiếp tuyến (B,C là tiếp điểm) , OA cắt BC tại H . Vẽ 1 cát tuyến ADE đến (O) ($AD < AE$, D và C nằm ở 2 mặt phẳng bờ OA khác nhau)

1/Chứng minh : $AB^2 = AD.AE$ và tứ giác OBAC nội tiếp , xác định tâm J

2/Tứ giác EOHD nội tiếp rồi suy ra góc $ECD =$ góc EHB

3/Vẽ EK vuông góc với BC tại K , DK cắt (O) tại M . Vẽ đường kính EI . Chứng tỏ : 3 điểm M,H,I thẳng hàng

4/Vẽ dây cung MN song song với BC. Từ C kẻ đường thẳng song song với AB cắt BN tại G . Chứng tỏ : 3 điểm A,I,N thẳng hàng

5/Gọi S là giao điểm của AG và BI , CS cắt (O) tại T .Chứng minh : BT vuông góc với JT

Bài 7 : Cho đường tròn tâm O , đường kính AB. Trên đường tròn lấy 1 điểm C sao cho $AC > BC$. Từ C vẽ CH vuông góc với AB tại H . Vẽ HD vuông góc với AC tại D và HE vuông góc với BC tại E . Chứng minh :

1/Tứ giác CDHE là hình chữ nhật

2/Tứ giác ADEB nội tiếp

3/OC vuông góc với DE

4/DE cắt (O) tại I (I thuộc cung nhỏ AC) . Gọi K là trung điểm của HI . Chứng tỏ : tam giác DKE vuông

Bài 8 : Cho đường tròn tâm (O) , đường kính AB . Trên đường tròn lấy 1 điểm C sao cho $AC > BC$. Các tiếp tuyến tại A và C cắt nhau tại D , CD cắt AB tại H . Vẽ AK vuông góc với CH tại K . Chứng minh :

1/Tứ giác ADCO nội tiếp

2/ $DC^2 = DK.DH$

3/ $OD.BC = 2R^2$

4/ $HD.KC = HC.AD$

5/Qua H kẻ đường thẳng song song với AD cắt BD và AC lần lượt tại M và N . Chứng minh : $HN = 2HM$

6/Đường thẳng qua M vuông góc với BN cắt AH tại I .Chứng minh : I là trung điểm của AH

7/ Từ A kẻ đường thẳng song song với MI cắt BM tại S. Từ S kẻ đường thẳng song song với MN cắt AH tại F. Chứng minh : 3 điểm C,E,F thẳng hàng (E là giao điểm BD với O)

Bài 9 : Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn ($AB < AC$) . Vẽ 2 đường cao BE và CF của tam giác ABC cắt nhau tại H .Đường tròn tâm O , đường kính CH cắt BC tại K . Các tiếp tuyến tại E và C của (O) cắt nhau tại M . Chứng minh :

1/Tứ giác OEMC , BFEC nội tiếp được

2/ $HF.HC = HB.HE$

3/3 điểm A,H,K thẳng hàng và I,O,M thẳng hàng

4/ 5 điểm E,F,K,I,O cùng thuộc 1 đường tròn

5/Kẻ tiếp tuyến BT đến O (T là tiếp điểm , T thuộc cung nhỏ KC) ,FT cắt (O) tại G , EG cắt AB tại S .Chứng minh : tứ giác SBKT nội tiếp

6/ Chứng tỏ : 3 đường thẳng BM,FC,AT đồng quy tại 1 điểm

Bài 10 : Cho đường tròn tâm O, đường kính AB . Trên đường tròn lấy 1 điểm C sao cho $AC > AB$. Các tiếp tuyến tại A và C của (O) cắt nhau tại E . Từ O kẻ đường thẳng song song với AE cắt AC tại D , vẽ CH vuông góc với AB tại H . Chứng minh :

1/Tứ giác ODCB nội tiếp và tích $AD.AC$ không đổi

2/Tứ giác AOCE nội tiếp được và $CH^2=AH.BH$

3/T là giao điểm của AI và OD . Chứng tỏ : T,C,B thẳng hàng

4/Đường trung trực của AH cắt (O) tại S (S thuộc cung nhỏ AC) .Chứng minh : $HS^2=EC.HC$

5/Trên tia tiếp tuyến tại B của (O) lấy 1 điểm K sao cho $BK=2CH$ (K và C nằm ở cùng một phía bờ AB) .Chứng tỏ : HI vuông góc với KD

Bài 11 : Cho đường tròn tâm O , đường kính AB .Trên đường tròn lấy 1 điểm C sao cho $BC > AC$. Tiếp tuyến tại A của (O) cắt BC tại D . Từ D kẻ tiếp tuyến DE đến (O) với E là tiếp điểm .Gọi H là giao điểm của AE và OD.Chứng minh :

1/ $AC^2=BC.DC$

2/Tứ giác AHCD nội tiếp

3/HE là phân giác của góc CHB

4/Gọi S là giao điểm của OD và AC .Từ S kẻ đường thẳng song song với AB cắt AD tại M .Chứng minh : 3 điểm M,H,B thẳng hàng

5/Đường thẳng qua S song song với AE cắt MH tại N .Chứng minh : N là trung điểm của MH suy ra 3 đường thẳng MS,AE,BD đồng quy

Bài 12 : Cho đường tròn tâm (O) , đường kính AB. Trên đường tròn lấy 1 điểm C sao cho $BC > AC$.Tiếp tuyến tại A của (O) cắt BC tại D.Vẽ đường kính CE .Vẽ AM vuông góc với OD tại M .Gọi N là trung điểm của BC .Chứng minh :

1/Tứ giác ADON nội tiếp , xác định tâm

2/tứ giác ACBE là hình chữ nhật

3/ $DM.DO=DC.DB$

4/Gọi I là giao điểm của BM và NE .Chứng minh : I là trung điểm của BM

5/EN cắt (O) tại T .Chứng tỏ : DT là tiếp tuyến của (O)

6/ Qua C kẻ đường thẳng song song với OD cắt AB tại G và cắt ET tại K .Chứng minh : N là trung điểm của KT

Bài 13 : Cho đường tròn tâm (O) , đường kính AB .Kẻ các tiếp tuyến Ax và By của (O) ,(Ax và By cùng nằm trên cùng một phía bờ AB) .Trên đường tròn lấy 1 điểm C sao cho $BC > AC$.Tiếp tuyến tại C của (O) cắt Ax và By lần lượt tại M và N.Chứng minh rằng :

1/Các tứ giác AOCM,BOCN nội tiếp

2/ tam giác MON là tam giác vuông

3/ $AM.BN=R^2$

4/Diện tích tứ giác AMNB=OM.ON

5/Gọi I là trung điểm của OB. Trên tia đối tia BN lấy 1 điểm H (N nằm giữa B và H) sao cho $BN=2HN$.Chứng minh :Tứ giác HCIHN nội tiếp được

6/HC cắt AM tại K .Chứng minh : K là trung điểm của AM

7/Gọi P là giao điểm của HI và ON , Q là giao điểm của OM và IK .Chứng minh : IC vuông góc với PQ

Bài 14 : Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn ($AB < AC$) .Dựng đường tròn tâm O ,đường kính AB cắt AC và AB lần lượt tại D và E , BD cắt CE tại H .Chứng minh rằng :

- 1/H là trực tâm của tam giác ABC
 2/Tứ giác AEHD nội tiếp ,xác định tâm I
 3/Từ A kẻ tiếp tuyến AS đến O (S là tiếp điểm và S thuộc cung nhỏ DC) .Chứng minh rằng $AS^2=AD.AC$
 4/Chứng tỏ : EI và tiếp tuyến của (O)
 5/Tiếp tuyến tại B của (O) cắt DI tại K ,AH cắt BC tại L .Chứng tỏ : KC đi qua trung điểm của AL
 6/EI cắt BK tại N .Chứng minh : 3 điểm N,H,S thẳng hàng

Bài 15 : Cho đường tròn tâm O ,đường kính AB .Trên đường tròn lấy 1 điểm C sao cho $AC>BC$.Vẽ CH vuông góc AB tại H .Đựng đường tròn tâm (I) ,đường kính CH cắt AC , BC và (O) lần lượt tại D,E và K ,CK cắt AB tại M .Chứng minh :

- 1/Tứ giác CDHE là hình chữ nhật
 2/ $DE^2=DC.AC=CE.CB$
 3/ $MH.AH=BH.AM$
 4/ 3 điểm D,E,M thẳng hàng
 5/ Kẻ tiếp tuyến MS đến (O) với S là tiếp điểm (C và S nằm ở 2 mặt phẳng bờ AB khác nhau) .Vẽ SJ vuông góc với OM tại J .Chứng minh hệ thức : $MH .HJ=OH.MJ$
 6/T là giao điểm của CH và OK ,OI cắt CJ tại L .Chứng minh : $KJ//TL$ và tam giác CLT là tam giác cân

Bài 16 : Từ 1 điểm A ngoài (O:R). Vẽ 2 tiếp tuyến (B,C là tiếp điểm) , OA cắt BC tại H .Vẽ đường kính BD của (O) , AD cắt (O) tại E và cắt BC tại S , BE cắt OA tại I , SI cắt AB tại P .Chứng minh :

- 1/Tứ giác OBAC nội tiếp được , xác định tâm J
 2/Tứ giác BHEA nội tiếp và $CD//OA$
 3/CE đi qua trung điểm của AH
 4/ SP là phân giác của góc HPE
 5 /Từ P kẻ đường thẳng song song với BC cắt AC tại Q . Chứng minh : 3 điểm H,E,Q thẳng hàng
 OA cắt (O) tại G (G thuộc cung nhỏ BC) .Chứng minh : $IH.AG^2=IA.HG^2$

Bài 17 : Từ 1 điểm A ngoài (O:R) .Vẽ 2 tiếp tuyến (B,C là tiếp điểm) sao cho $OA>2R$) .Vẽ CK vuông góc với AB tại K ,OA cắt BC tại H

- 1/Chứng minh : Tứ giác CHKA nội tiếp ,xác định tâm I
 2/BI cắt (O) tại E và cắt OA tại M .Chứng tỏ : Tứ giác CHEI nội tiếp
 3/Chứng minh : $BC^2=3BE.BM$
 4/Chứng minh : BC là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác CEA
 5/Gọi D là giao điểm của CE và KH .Chứng minh : tam giác HAD cân
 6/Gọi T là giao điểm của HK và BI .Từ O kẻ đường thẳng song song với BC cắt (O) tại G (G và C nằm ở cùng mặt phẳng bờ OA) . Vẽ dây cung $GS//AC$. Trên OS lấy 1 điểm J sao cho $OJ=2SJ$. Chứng tỏ : 3 điểm C,J,T thẳng hàng

Bài 18 : Từ 1 điểm A ngoài (O:R) sao cho $OA >2R$. Vẽ 2 tiếp tuyến (B,C là tiếp điểm) .Đựng hình thang cân AOCD ,OA cắt BC tại H .Vẽ CK vuông góc với AB tại K, CK cắt OA tại I .Chứng minh :

- 1/5 điểm O,B,A,D,C cùng thuộc 1 đường tròn
 2/Tứ giác CHKA nội tiếp
 3/ $IC.IK=OH.IA$

4/ Gọi T là giao điểm của OA và DK .Chứng minh : $AT^2=TI.TO$

5/Từ A kẻ đường thẳng song song với BC cắt CK tại M , DK cắt OM tại N .Chứng tỏ : tứ giác OIKN nội tiếp

6/Từ K kẻ đường thẳng song song với BM cắt BC tại Q . Từ Q kẻ đường thẳng song song với OA cắt AC tại P .Chứng minh : tam giác QKP cân

Bài 19 (tuyển sinh 10 TPHCM ,năm 2012 – 2013) .Cho đường tròn tâm O có tâm O và điểm M nằm ngoài đường tròn (O) . Đường thẳng MO cắt (O) tại E và F ($ME<MF$) . Vẽ cát tuyến MAB và tiếp tuyến MC của (O) (C là tiếp điểm , A nằm giữa 2 điểm M và B , A và C nằm khác phía đối với đường thẳng MO)

1/ Chứng minh : $MA.MB=ME.MF$

2/ Gọi H là hình chiếu vuông góc của C lên đường thẳng MO . Chứng minh : tứ giác AHOB nội tiếp

3/ Trên nửa mặt phẳng bờ OM có chứa điểm A , vẽ nửa đường tròn đường kính MF , nửa đường tròn này cắt tiếp tuyến tại E của (O) tại K .Gọi S là giao điểm của hai đường thẳng CO và KF . Chứng minh rằng đường thẳng MS vuông góc với đường thẳng MC

4/ Gọi P và Q lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp của các tam giác EFS và ABS và T là trung điểm của KS .Chứng minh : 3 điểm P,Q,T thẳng hàng

Bài 20 : Cho đường tròn tâm (O) , đường kính AB .Trên đường tròn lấy 1 điểm C sao cho $AC>BC$.Vẽ CH vuông góc với AB tại H ,CH cắt (O) tại K .Trên HK lấy 1 điểm M bất kỳ , BM cắt (O) tại N .Chứng minh :

1/H là trung điểm của CK

2/Tứ giác AMNH nội tiếp được , xác định tâm

3/ $BM.BN=BC^2$

4/Trên AC lấy 1 điểm S sao cho $SC>SA$. Gọi P và Q lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp của các tam giác ASH và AMN và T là trung điểm của CS .Chứng minh : 3 điểm P,Q,T thẳng hàng

5/Gọi E là giao điểm của PQ và CK ,BE cắt (O) tại J .Chứng tỏ : 3 đường thẳng HS,AJ,PQ đồng quy tại 1 điểm

Bài 21 : Cho tam giác BED có 3 góc nhọn nội tiếp (O:R) $BD<BE$. Tiếp tuyến tại B của (O) cắt DE tại A . Từ A kẻ tiếp tuyến AC đến O (C là tiếp điểm) .Vẽ 2 đường cao EN và BM của tam giác BED . Vẽ EH vuông góc với BC tại H .Chứng minh :

1/ $EH//OA$ và tứ giác OBAC nội tiếp

2/OB vuông góc với MN và $BM.BE=BN.BD$

3/Các tứ giác EMND , EBNH nội tiếp

4/ Từ M kẻ đường thẳng song song với BC cắt DC tại K .Chứng minh : $CD.EN=BD.EK$

5/Chứng minh : H là trung điểm của NK

6/Đường thẳng qua K vuông góc với DE cắt HD tại I .Chứng minh : $NI//DK$

Bài 22 : (TS lớp 10 TPHCM năm học 2011 – 2012)

Cho đường tròn tâm (O) , đường kính BC. Lấy 1 điểm A trên đường tròn (O) sao cho $AC>BC$.Từ A vẽ AH vuông góc với BC (H thuộc BC) .Từ H vẽ HE vuông góc với AB và HF vuông góc với AC (E thuộc AB và F thuộc AC)

1/Chứng minh : tứ giác AEHF là hình chữ nhật và OA vuông góc với DE

2/Đường thẳng EF cắt đường tròn (O) tại P và Q (E nằm giữa P và F)

Chứng minh : $AP^2=AE.AB$ suy ra tam giác APH cân

- 3/ Gọi D là giao điểm của PQ và BC ,K là giao điểm của AD với đường tròn (O) .Chứng minh : AEFK là tứ giác nội tiếp
 4/ Gọi I là giao điểm của KF và BC .Chứng minh : $IH^2=IC.ID$

Bài 23 : Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn nội tiếp (O) có $AB < AC$.Tiếp tuyến tại A của (O) cắt BC tại D

- 1/Chứng minh : $AD^2=BD.CD$
 2/Vẽ 2 đường cao BM và CN của tam giác ABC. Chứng tỏ : tứ giác CMNB nội tiếp và 2 tam giác AMN và ABC đồng dạng
 3/Chứng minh : $BD.AN^2=CD.AM^2$
 4/Gọi E là điểm đối xứng M qua A .Chứng minh : EN vuông góc với OD
 5/ Đường cao OQ của tam giác ODE cắt MN tại H , AD cắt OE tại I ,AD cắt OQ tại T .Chứng minh : $IT.HT=IA.HQ$
 6/ J là giao điểm của EN và OA ,EJ cắt AD tại S .Từ S kẻ đường thẳng song song với EN cắt ED tại L .Chứng tỏ : 3 điểm A,H,L thẳng hàng

Bài 24 : Cho đường tròn tâm O , đường kính AB .Trên đường tròn lấy 1 điểm C sao cho $AC > BC$. Từ O kẻ đường thẳng song song với BC cắt tia tiếp tuyến tại A của (O) ở D , BD cắt (O) tại E và cắt AC tại F .Chứng minh : $1/FE.FB=FA.FC$

- 2/ DC là tiếp tuyến của (O) và tứ giác ADCO nội tiếp
 3/ Biểu diễn bán kính đường tròn O theo AE,EC,BC
 4/Từ D kẻ đường thẳng song song với AB cắt AE tại I .Chứng minh : 3 điểm I,F,O thẳng hàng
 5/ Kẻ tiếp tuyến IM đến (O) ,M thuộc cung nhỏ AC , H là giao điểm của BM và DI .Chứng minh : DM và AH cắt nhau tại 1 điểm J thuộc đường tròn (O)
 6/ AM cắt DI tại T .Chứng minh : 3 điểm T,E,J thẳng hàng
 7/Vẽ dây cung $MK // AB$.Chứng minh : 3 điểm H,E,K thẳng hàng

Bài 25 : Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn nội tiếp (O:R) vẽ đường cao AD, trên AD lấy 1 điểm I sao cho góc BID=góc ACB

- 1/Chứng minh I là trực tâm của tam giác ABC
 2/Trên tia đối tia AD lấy 1 điểm N nằm ngoài (O:R) sao cho D nằm giữa A và N và $DN=2DI$, NC cắt (O) tại E .Chứng minh : $ND.NA=2NE.NC$
 3/Kẻ dây EF song song với BC , BF cắt AD tại H . Chứng minh H là trung điểm của AD
 4/Gọi P là trung điểm của BM, PC cắt (O) tại Q, QF cắt AC tại S và SH cắt BC tại T . Gọi G là tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác STC. Chứng minh : 3 điểm C,G,O thẳng hàng

Bài 26 : Từ 1 điểm A ngoài (O:R) , vẽ 2 tiếp tuyến (B,C là tiếp điểm)

- 1/Chứng tỏ : Tứ giác OBAC nội tiếp . Xác định tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác này
 2/Vẽ 1 cát tuyến ADE đến (O) , OA cắt BC tại H . Chứng minh : Tứ giác EOHD nội tiếp
 3/Từ A kẻ đường thẳng song song với BC cắt DH tại K , CK cắt OA tại I .Chứng minh EH và CK cắt nhau tại 1 điểm L thuộc (O)
 4/Chứng minh : 3 đường thẳng EL,BD,AK đồng quy tại 1 điểm

Bài 27 : Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn nội tiếp đường tròn (O) ,3 đường cao AD,BE,CF cắt nhau tại H

- 1/Chứng minh: Các tứ giác AFDC,DHEC nội tiếp
 2/Chứng minh : $BH.HE=HF.HC=HD.HA$
 3/Gọi M và N là trung điểm của EF và BF, AM cắt DN tại K.Chứng minh : tam giác AKC vuông

4/Đường thẳng qua A vuông góc với KF cắt CF và KN lần lượt tại P và Q, PE cắt AB tại T, QC cắt (O) tại I, BI cắt AQ tại S. Chứng minh : Tứ giác BPST nội tiếp được

Bài 28 : Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn nội tiếp (O;R) có 3 đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H

1/Chứng minh : Các tứ giác BFEC, DHEC nội tiếp được

2/EF cắt AD tại V. Chứng minh : $HV \cdot AD = AV \cdot HD$

3/Gọi M và N lần lượt là trung điểm của BF và CE, MN cắt BE tại I. Đường thẳng qua N vuông góc với MN cắt CF và ID lần lượt tại G và P. Chứng minh : Tứ giác DGCP nội tiếp được

4/Kẻ tiếp tuyến IK với đường tròn tâm S ngoại tiếp tứ giác DGCP sao cho góc KIN tù. KN cắt (S) tại J và PJ cắt MN tại Q, CJ cắt MN tại T, AC cắt (S) tại R. Chứng minh: Tứ giác TQCR nội tiếp được

Bài 29 : Cho đường tròn tâm (O;R) và 1 điểm M ngoài (O). Trên đường thẳng vuông góc với MO tại M lấy 1 điểm N bất kỳ. Từ N kẻ 2 tiếp tuyến NA và NB đến (O) (A, B là tiếp điểm, góc AOM là góc tù)

1/Chứng minh : 5 điểm A, O, B, M, N cùng thuộc 1 đường tròn, xác định tâm của nó là J

2/Gọi I là giao điểm của AB và OM. Tính tích $OI \cdot OM$ theo R

3/Từ I kẻ đường thẳng song song với MN cắt (O) tại H (H thuộc cung nhỏ AB). Chứng tỏ : MH là tiếp tuyến của (O)

4/ Vẽ dây cung BC//HK. Chứng tỏ : 3 điểm A, C, M thẳng hàng

5/ T là giao điểm của BC và MJ. Chứng minh : AM vuông góc với IT

6/ IC cắt MN tại D, DH cắt (O) tại E và HI cắt BE tại K. Chứng tỏ : Hn là tiếp tuyến đường tròn ngoại tiếp tam giác HKB

Bài 30 : Từ 1 điểm A ngoài (O;R), vẽ 2 cát tuyến ABC và ADE đến (O)

1/Chứng minh : $AB \cdot AC = AD \cdot AE$

2/Từng cặp tiếp tuyến tại B và C, tại D và E cắt nhau lần lượt tại M và N. Chứng minh : Các tứ giác OBCM, ODNE nội tiếp được

3/Chứng minh : MN vuông góc với OA

4/MN cắt (O) tại P và Q và cắt OA tại I. Chứng minh : AP, AQ là tiếp tuyến của (O) và góc $CIE = \text{góc} BID$

Bài 31 : Cho đường tròn tâm O, đường kính AB. Trên đường tròn lấy 1 điểm C bất kỳ. Tiếp tuyến tại C cắt tiếp tuyến tại A và B lần lượt tại M và N

1/Chứng minh : Các tứ giác AOCM, BOCN nội tiếp và $AM \cdot BN = R^2$

2/Chứng minh: AB là tiếp tuyến của đường tròn đường kính MN

3/Gọi E và F lần lượt là trung điểm của OA và BN. Chứng minh : tam giác CEF vuông

4/CF cắt AM tại D, DE cắt AC tại P và BC cắt EF tại Q. Chứng minh : $CE^2 = DC \cdot FC$ và OC đi qua trung điểm của PQ

5/Đường thẳng qua O vuông góc với AN cắt AD tại S. Chứng minh : D là trung điểm của MS

Bài 32/ : Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn nội tiếp đường tròn (O) có $AB < AC$. Tia phân giác của góc BAC cắt BC tại M và (O) tại N. vẽ AH vuông góc với BC tại H

1/Chứng minh : AM là phân giác của góc OAH

2/Chứng minh : $AM^2 = AB \cdot AC - BM \cdot CM$

3/AH cắt CN tại K, kẻ KF vuông góc với AC tại F, kẻ AD vuông góc với BN tại D, DE cắt AH tại I và cắt BC tại G. Chứng minh : $DI \cdot GE = GD \cdot IE$

4/Kẻ NE vuông góc với BC tại E.,Trên AE lấy 1 điểm P sao cho EC=EP.Đường thẳng qua P vuông góc với OA cắt AB tại T.Chứng minh : $AT.AB=2R.AH$

Bài 33 : Từ 1 điểm A ngoài (O;R) .Vẽ 2 tiếp tuyến (B,C là tiếp điểm) và 1 cát tuyến ADE đến (O) ($AD < AE$,D và C nằm ở 2 mặt phẳng bờ OA khác nhau) .Các tiếp tuyến tại B và E cắt nhau tại M ,MC cắt (O) tại N

1/Chứng minh : M,B,A thẳng hàng và 2 tứ giác MBOE,OBAC nội tiếp

2/ $ME^2=MB^2=MN.MC$

3/ $CD.BE.BN=NE.BC.DC$

4/Từ B kẻ đường thẳng song song với AC cắt MC tại G , OA cắt BC tại H .Đường tròn ngoại tiếp tam giác tam giác HNG cắt BC tại I .Chứng tỏ : B là trung điểm của IC

5/Gọi S là giao điểm của GH và CD .Chứng tỏ : tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DHS nằm trên OA

Bài 34 : Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn nội tiếp (O;R) có góc $BAC < 60^\circ$.Vẽ 2 đường cao BD và CE của tam giác ABC cắt nhau tại H

1/Chứng minh : Các tứ giác BEDC,AEHD nội tiếp.Xác định tâm I đường tròn ngoại tiếp của tứ giác BEDC

2/Vẽ đường kính AK.Chứng minh : 3 điểm H,I,K thẳng hàng và $BK.CE+BD.KC=BC^2$

3/Qua D kẻ đường thẳng song song với AH cắt BK tại M.Đường thẳng qua B vuông góc với AI cắt DM tại N. Chứng minh : N là trung điểm của DM

4/Gọi P là trung điểm của BM,PN cắt AK tại S và cắt BC tại Q, AK cắt BC tại S.Chứng minh : góc BFK= góc AQC và $BF/AQ=SK/SC$

Bài 35/Từ 1 điểm A ngoài (O;R), vẽ 2 tiếp tuyến (B,C là tiếp điểm).Vẽ đường kính CD,Đựng hình bình hành BOHK(OA cắt BC tại H)

1/Chứng minh : Tứ giác OBAC nội tiếp suy ra 3 điểm B,D,K thẳng hàng và $DK.OA=3R^2$

2/AD cắt (O) tại E ,OE cắt DK tại M.Chứng minh :Tứ giác DHEK nội tiếp và góc $MKE=2\text{góc}OEC$

3/Chứng minh : BE vuông góc với OK

4/AB cắt OK tại I.Tiếp tuyến tại D của (O) cắt BC tại P.Trên AC lấy 1 điểm Q sao cho chu vi tam giác $AIQ=2AB$.Chứng minh:4 điểm P,I,E,Q thẳng hàng

Bài 36 : Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn nội tiếp O ($AB < AC$) .Có 3 đường cao AD ,BE,CF cắt nhau tại H .Vẽ đường kính CG

1/chứng tỏ : Tứ giác ABDE nội tiếp ,xác định tâm I

2/Chứng tỏ : Tứ giác AFHE nội tiếp ,xác định tâm M

3/3 điểm G,I,H thẳng hàng

4/Đường thẳng qua D vuông góc với ID cắt AB tại N .Chứng tỏ : tứ giác IMFN nội tiếp

5/ Trên AB lấy 1 điểm T sao cho góc $NDT = \text{góc}AOI$.Chứng minh : GT vuông góc với CN

6/Chứng minh : $AB.AC.BC=\sin^2 A.4R.S_{BFEC}$ (S là diện tích)

Bài 37 : Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn nội tiếp (O) $AB < AC$. Vẽ 2 đường cao BE và CF của tam giác ABC cắt nhau tại H

1/Chứng minh : Các tứ giác BFEC,AFHE nội tiếp được

2/Chứng minh : $HB.HE=HF.HC$

3/Gọi M là giao điểm của EF và BC ,EF cắt (P) tại P và Q (P thuộc cung nhỏ AB) .Chứng minh : $MF.EQ=MQ.PF$

4/Từ B kẻ đường thẳng song song với AH cắt AM tại N .Đường trung trực của ME cắt NE tại T .Từ T kẻ đường thẳng song song với Occắt AB tại G .Chứng minh : G là trung điểm của AB

5/Chứng tỏ : NC đi qua trung điểm của AD

6/Chứng minh : $BN^2=MN.AN$

7/Đường tròn tâm T ,bán kính TE cắt AC tại J .Chứng tỏ : 3 đường thẳng JG,AH,BC đồng quy tại 1 điểm

Bài 38 : Từ 1 điểm A ngoài (O:R) .Vẽ tiếp tuyến AB đến (O) (B là tiếp điểm) và 1 cát tuyến ACD đến (O) ($AD < AE$, D và B nằm ở 2 mặt phẳng bờ OA khác nhau) .Vẽ BM vuông góc với AE tại M .Vẽ BN vuông góc với CD tại N .

1/Chứng tỏ : Tứ giác BMDN nội tiếp được

2/K là giao điểm của OB và DE .Từ K kẻ đường thẳng song song với BC cắt OA tại I .Chứng minh : góc IBK=góc HBM

3/Chứng minh : $AD.EK=AK.MD$

4/Gọi T là giao điểm của AH và BM ,HM cắt AC tại P ,PT cắt BC tại S .Chứng tỏ : AS và HE cắt nhau tại 1 điểm thuộc (O)

5/Chứng minh : IC vuông góc với MN

6/Gọi J là điểm đối xứng H qua B ,MN cắt OA tại Q và cắt BC tại L .Chứng minh : đường tròn ngoại tiếp tam giác IJQ đi qua trung điểm của HL

Bài 39 : Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn nội tiếp đường tròn (O) có $AB < AC$.Vẽ 3 đường cao AD,BE,CF của tam giác ABC cắt nhau tại H

1/Tìm 3 tứ giác nội tiếp có đỉnh là H rồi chứng minh

2/Chứng minh : AD là phân giác của góc EDF và $BD.CD=HD.AD$

3/Trên tia đối tia BC lấy điểm N nằm ngoài (O) sao cho $BC=2BN$. Gọi M là điểm đối xứng E qua B, AM cắt (O) tại K,OM cắt CK tại G.Chứng minh : tứ giác BGOC nội tiếp được

4/Các tiếp tuyến tại B và tại C của (O) cắt nhau tại Q kẻ tiếp tuyến NP đến (O).Chứng minh : 3 điểm G,P,Q thẳng hàng

Bài 40 : Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn nội tiếp đường tròn (O), vẽ đường cao AD của tam giác ABC.Vẽ tiếp tuyến xy của (O) . Vẽ BM và CN cùng vuông góc với xy (M,N thuộc xy)

1/Chứng minh : Các tứ giác BDAM,CDHN nội tiếp

2/DM cắt AB tại E, AC cắt DN tại F , EF cắt BM và CN lần lượt tại P và Q.Chứng minh : $BP.CQ=NQ.MP$

3/Gọi H là trực tâm của tam giác ABC . Đường thẳng qua N vuông góc với DN và đường thẳng qua M vuông góc với DM chúng cắt nhau tại K .Chứng minh : 3 điểm D,A,K thẳng hàng và $DH=AK$

4/Chứng minh : $BM^2+CN^2+BD^2+CD^2 \leq 4R.AD$

Bài 40 : Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn nội tiếp đường tròn (O) có $AB < AC$.Vẽ 3 đường cao AD,BE,CF cắt nhau tại H của tam giác ABC

1/Chứng minh : Tứ giác BFEC nội tiếp và $BF.BA+CH.CF=BC^2$

2/AD và BE cắt (O) lần lượt tại M và N .Chứng minh C là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác HMN

3/ AC cắt (O) tại K sao cho C nằm giữa A và K , HK cắt BC tại I . Chứng minh : góc AON=4góc IMC

4/Đường thẳng qua C song song với AM cắt (O) tại P (P và N nằm ở 2 mặt phẳng bờ BC khác nhau), MK cắt BC tại S , SP cắt (O) tại T.Chứng minh : 3điểm N,I,T thẳng hàng

Bài 40 : Từ 1 điểm A ngoài (O:R) sao cho $OA=2R$. Kẻ 2 tiếp tuyến AB và AC đến (O) biết B,C là tiếp điểm, OA cắt BC tại H , OA cắt (O) tại I (I thuộc cung nhỏ BC)

1/Chứng minh tam giác ABC là tam giác đều và tính diện tích tam giác này theo R

2/Chứng minh : I là tâm đường tròn nội tiếp của tam giác ABC. Tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác này theo R

3/Đường thẳng qua B song song với OA cắt CI tại M , HM cắt (O) tại N (N thuộc cung nhỏ BC) . Chứng minh CN vuông góc với AN

4/Gọi S là trực tâm của tam giác IMN . Tính diện tích tam giác NIS theo R

Bài 41 : Từ 1 điểm A ngoài (O:R) .Vẽ tiếp tuyến AB đến (O) với B là tiếp điểm và 1 cát tuyến ACD đến (O) $AC < AD$,C và B nằm ở 2 mặt phẳng bờ OA khác nhau)

1/Chứng minh : $AB^2 = AC \cdot AD$

2/Vẽ CM vuông góc với BD tại M ,CN vuông góc với AB tại N ,OB cắt CD tại I và cắt (O) tại K .Chứng minh : $BI \cdot KI = DI \cdot CI$

3/Chứng tỏ : MN tiếp xúc với đường tròn đường kính CD

4/Các tiếp tuyến tại B và C của (O) cắt nhau tại K .Từ B kẻ đường thẳng song song với MC cắt AC tại H .Chứng minh : tam giác BKH cân

5/Đường thẳng qua D vuông góc với CD cắt MN tại T và cắt AB tại Q .Chứng minh : T là trung điểm của DQ

Bài 42 : Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn nội tiếp (O) ($AB < AC$) .Vẽ 2 đường cao BE và CF của tam giác ABC cắt nhau tại

1/Chứng tỏ : Tứ giác BFEC nội tiếp , xác định tâm I

2/EF cắt BC tại M .Chứng minh : $MF \cdot ME = MB \cdot MC$

3/AH cắt BC tại K .chứng minh : $MB \cdot KC = MK \cdot IC$

4/AM cắt (O) tại T. Chứng tỏ : 3 điểm T,H,I thẳng hàng

5/Đường tròn ngoại tiếp tam giác MIT cắt (O) tại giao điểm thứ 2 là G ,OA cắt BC tại Q .Vẽ dây cung TS của (O) song song với BC . Chứng tỏ : 3 điểm S,Q,G thẳng hàng

6/Chứng minh : $\frac{AB^2}{AC^2} = \frac{KB \cdot QB}{KC \cdot QC}$

Bài 43 : Từ 1 điểm A ngoài (O:R) .vẽ 2 tiếp tuyến (B,C là tiếp điểm)

1/Chứng minh : OA vuông góc với BC và $OA \cdot BC = 2R \cdot AB$

2/Chứng minh : $MC \cdot MB = R^2 - OM^2$

3/qua M vẽ dây cung PQ vuông góc với OM (P thuộc cung nhỏ BC). Các tiếp tuyến tại P và Q cắt nhau tại E .Chứng minh : tam giác OEA vuông tại E

4/Chứng minh : 2 tam giác BPE và QCE đồng dạng

Bài 44/Từ 1 điểm A ngoài (O:R) , vẽ 2 tiếp tuyến (B,C là tiếp điểm) . Vẽ đường kính BD , OA cắt BC tại H .Trên CH lấy 1 điểm M bất kỳ

1/Chứng minh : Tứ giác OBAC nội tiếp . Xác định tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác này

2/Chứng minh : $CD // OA$

3/Từ D kẻ đường thẳng song song với AC cắt AB tại M . Từ O kẻ đường thẳng song song với BC cắt AB tại N .Chứng minh : $DM = AN$

4 DM cắt OA tại S , OA cắt (O) tại P (P thuộc cung lớn BC) .Chứng minh : $MS \cdot PM^2 = DS \cdot PH^2$

Bài 45 : Cho đường tròn tâm (O) , đường kính AB . Trên tia đối của tia AB lấy 1 điểm C bất kỳ (A nằm giữa B và C và $AC < OA$) . Trên đường tròn lấy 1 điểm N sao cho $AN > BN$. Đường thẳng qua C vuông góc với BC cắt tia tiếp tuyến tại N của (O) tại M , NC cắt (O) tại H . Đường thẳng qua N vuông góc với MO cắt AB tại I

1/Chứng minh : Tứ giác HION nội tiếp

2/Chứng minh : $AI \cdot OC = AC \cdot OA$

3/ Vẽ dây cung PQ của (O) đi qua I (P thuộc cung nhỏ AN) . Chứng minh : BC là phân giác của góc PCQ

4/ Tia phân giác của góc CON cắt AH tại K . Chứng minh : KO là phân giác của góc AKN

Bài 46/ : Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn nội tiếp (O :R) có 3 đường cao AD,BE,CF cắt nhau tại H

1/ Chứng minh : các tứ giác AFHE, AFDC nội tiếp

2/ Gọi M là điểm đối xứng H qua BC . Chứng minh : M thuộc (O)

3/Từ D kẻ đường thẳng song song với EF cắt FC tại I và cắt AC tại N , MN cắt BC tại K .Chứng minh : Tứ giác KINC nội tiếp

4/ Gọi S là điểm đối xứng của F qua B .Trong trường hợp : $\angle ASC = \angle AIF$. Chứng minh : $AC \cdot BK = HI \cdot OB$

Bài 47 : Từ 1 điểm A ngoài (O:R) ,OA>2R , vẽ 2 tiếp tuyến (B,C là tiếp điểm) , OA cắt BC tại H . Vẽ 1 cát tuyến ADE đến (O) ($AD < AE$, D và C nằm ở 2 nửa mặt phẳng bờ OA và $\angle BCE > \angle BCO$

1/Chứng minh : $AB^2 = AD \cdot AE$

2 Chứng minh : Tứ giác EOHD nội tiếp được

3/ Vẽ BM vuông góc với DE tại M , vẽ HN vuông góc với EC tại N . Chứng minh : $\angle EMN = \angle EBC$

4/Đường tròn ngoại tiếp tam giác EMC cắt OC tại P .Chứng minh L MN vuông góc với MP

Bài 48 : Từ 1 điểm A ngoài (O:R) , vẽ 2 tiếp tuyến (B,C là tiếp điểm) , OB cắt AC tại D . Trên AB lấy 1 điểm M sao cho $BM > AM$. Đường thẳng DM cắt BC tại N và cắt OA tại I , Vẽ AK vuông góc với DM tại K , AK cắt BC tại F

1/Chứng minh : I là trực tâm của tam giác ANF

2/Chứng minh : Tứ giác DBKA nội tiếp . Tìm điều kiện của tam giác ABC để C là tâm đường tròn ngoại tiếp của tứ giác này

3/ Tia phân giác của $\angle BKD$ cắt AB tại S . Chứng minh : Tứ giác FBSK nội tiếp và $OB // FS$

4/ FI và FS cắt AN lần lượt tại T và J . Đường thẳng qua N vuông góc với DK cắt AD tại Q .

Chứng minh : $DT // QJ$

5/Gọi S_1 và S_2 lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp của các tam giác DNT và DHI . Chứng minh : $S_1 S_2$ đi qua trung điểm của FD

Bài 49 : Từ 1 điểm A ngoài (O:R) , vẽ 2 tiếp tuyến (B,C là tiếp điểm) và 1 cát tuyến ADE đến (O) ($AD < AE$, D và C nằm ở hai nửa mặt phẳng bờ OA) cát tuyến này gần OA sao cho $\angle DOE > 150^\circ$

1/Chứng minh : $AB^2 = AD \cdot AE$

2/Vẽ đường kính DM . Đường thẳng ME cắt AB và OB lần lượt tại P và Q.Chứng minh : $PE \cdot PQ = PB \cdot PA$

3/Từ B kẻ đường thẳng song song với AC cắt PC tại I. Trên BP lấy N sao cho $IB = BN$. Kẻ BK vuông góc với PQ tại K . Chứng minh : Tứ giác AQKN nội tiếp

4/Trên tia đối tia OB lấy F (B nằm giữa O và F) sao cho $OF = BP$. Đường thẳng qua D song song với OB cắt OA và AF lần lượt tại S và T . Chứng minh : $ST = IB$

Bài 50 : Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn nội tiếp (O:R)($AB < AC$) .Vẽ 2 đường cao BE và CF của tam giác ABC cắt nhau tại H

1/Chứng tỏ : Tứ giác BFEC nội tiếp được

2/Vẽ đường kính CS của (O) .Chứng tỏ : tứ giác ASBH là hình bình hành suy ra SH đi qua trung điểm của AB

3/Dựng đường tròn tâm A ,bán kính AB cắt (O) tại điểm thứ 2 là M ,cắt AC lần lượt tại 2 điểm P và Q (P nằm trong đường tròn O) ,ME cắt (O) tại K .Chứng minh : HK đi qua trung điểm của AB

4/Vẽ CI vuông góc với BM tại I .Chứng minh : $\angle CQI = \angle CSP$

Bài 51/Cho đường tròn tâm O ,đường kính AB .Trên đường tròn lấy 1 điểm C sao cho $BC > AC$.Vẽ CH vuông góc với AB tại H .Gọi I là trung điểm của BC

1/Chứng tỏ : tứ giác CHOI nội tiếp

2/Từ O kẻ đường thẳng song song với BC cắt tia tiếp tuyến tại A của (O) tại D.Chứng minh : CD là tiếp tuyến của (O)

3/BD cắt CH tại M .Chứng minh : M là trung điểm của CH

4/AM cắt (O) tại N.Chứng tỏ : Tứ giác AOIN nội tiếp được

5/Vẽ HK vuông góc với AN tại K .Trên tia đối tia HK lấy 1 điểm S (K nằm giữa S và H) sao cho $KS=2HK$. Chứng minh : C là trung điểm SN

Bài 52 : Cho đường tròn tâm O ,đường kính AB.Trên đường tròn lấy 1 điểm C sao cho $BC>AC$.Vẽ CH vuông góc với AB tại H .Vẽ HK vuông góc với BC tại K

1/Chứng minh : $AC^2=AH.AB$ và góc $CHK=góc OCK$

2/Tiếp tuyến tại C của (O) cắt KH tại M .Chứng tỏ rằng : tam giác CMB vuông

3/MB cắt (O) tại N .Chứng tỏ : 3 đường thẳng HM,AN,OC đồng quy tại 1 điểm

4/Vẽ $IE//AC$ (E thuộc CH) .Chứng minh : $CH^3=MA^2.HE$

5/Vẽ đường kính CD .Đường thẳng qua D song song với CH và đường thẳng qua B song song với AN cắt nhau tại I .Đường thẳng qua O song song với AN cắt AI tại P và cắt AD tại Q. Chứng tỏ : P là trung điểm của OQ

Bài 53 : Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn (O:R) $AB<AC$.Vẽ 2 đường cao BD và CE của tam giác ABC cắt nhau tại H

1/Chứng tỏ : tứ giác BEDC nội tiếp

2/DE cắt (O) tại M và N (M thuộc cung nhỏ AB) .Chứng minh : AB là phân giác của góc MBN

3/MH cắt (O) tại K.Chứng minh : $MH.HK=2BH.BD$

4/Qua N kẻ đường thẳng song song với AK cắt MK tại I .Đường thẳng qua N vuông góc với NK cắt AK tại S .Vẽ MT vuông góc NI tại T ,J là trung điểm của MT.Chứng minh : góc TIS= góc MIJ

5/ Vẽ SG vuông góc với MK tại G và P là trung điểm của BC .Chứng tỏ : 3 điểm N,G,P thẳng hàng

Bài 54 : Từ 1 điểm A ngoài (O:R) , Vẽ 2 tiếp tuyến (B,C là tiếp điểm) và 1 cát tuyến ADE đến (O) ($AD<AE$, D và C nằm ở 2 mặt phẳng bờ OA khác nhau) .Vẽ BK vuông góc với EC tại K ,BK cắt (O) tại I .Vẽ dây cung IL song song với BD , OA cắt BC tại H

1/Chứng minh : $EK.KC=BK.IK$

2/ $BL=DI$ và $BC.BE=2AB.EK$

3/ EH vuông góc với BL

4/ Kẻ các dây cung ES song song với BC và EH cắt (O) tại P .Chứng tỏ : 3 điểm A,P,S thẳng hàng

Bài 55 : Cho đường tròn tâm O, đường kính AB. Trên đường tròn lấy 1 điểm C sao cho $AC>BC$.Vẽ dây cung CD vuông góc với AB tại H.Gọi I là trung điểm của AC

1/Chứng minh: $HD.HC=HA.HB$

2/Trên AH, lấy 1 điểm M sao cho $HM=HB$.Chứng minh : MC vuông góc với IH

3/Tiếp tuyến tại C của (O) cắt MI tại N.Vẽ NK vuông góc với AC tại K, AN cắt (O) tại E. Chứng minh : $KH//DE$

4/EK cắt CD tại P. Chứng minh : $EH+EC>3PK$

Bài 56 : Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn nội tiếp (O:R) $AB<AC$. Vẽ 2 đường cao AD và BE của tam giác ABC cắt nhau tại H .Tiếp tuyến tại A của (O) cắt BC tại M

1/Chứng tỏ : Tứ giác AEDB nội tiếp và $AM^2=MB.MC$

2/Vẽ MN vuông góc với AB tại N ,MN cắt AD tại I .Chứng minh : góc IHB= góc NDM

3/Đường thẳng qua M song song với BE cắt AI tại J ,OB cắt IM tại T và cắt AD tại S .Chứng tỏ : Tứ giác JMST nội tiếp

4/Chứng tỏ : $AJ=HI$

Bài 57 : Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn nội tiếp (O:R) $AB<AC$. Vẽ 2 đường cao BD và CE của tam giác ABC cắt nhau tại H ,AH cắt DE tại I , DE cắt BC tại M , AM cắt (O) tại N.Chứng minh :

:

1/Các tứ giác BEDC,AEHD nội tiếp

2/ $BH.DH=HE.HC$ và $AI.HI=IE.ID$

3/ 2 góc AID và AKM bằng nhau

4/Tứ giác MNEB nội tiếp được

5/ OA cắt BC tại K ,IK cắt NC tại P và cắt ND tại Q .Chứng minh : là trực tâm của tam giác ANP

Bài 58 : Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn ($AC < BC$) . Dựng đường tròn tâm O , đường kính AB cắt AC và BC lần lượt tại E và D ,AD cắt BE tại H ,CH cắt AB tại F

1/Chứng minh : H là trực tâm của tam giác ABC suy ra CF vuông góc với AB

2/Chứng minh : Các tứ giác CEHD ,CEFB nội tiếp

3/Chứng minh : góc OEF= góc ODF

4/Gọi I là giao điểm của OE và AD .Từ I kẻ đường thẳng song song với CF cắt EF tại K , AK cắt (O) tại J .Chứng minh : tam giác DFJ vuông

5/DJ cắt AB tại M .Từ M kẻ các tiếp tuyến MP và MQ đến (O) với P và Q là tiếp điểm .Chứng minh : 3 đường thẳng IJ,PQ ,BD đồng quy

Bài 59: Từ 1 điểm A ngoài (O:R), vẽ 2 tiếp tuyến (B,C là tiếp điểm) , OA cắt BC tại H.Vẽ 1 cát tuyến ADE đến (O) sao cho $AD < AE$.Gọi I là trung điểm của DE , OI cắt BC tại M

1/Chứng minh : CI là phân giác của góc BIC

2/Chứng minh : MD,ME là tiếp tuyến của (O)

3/DE cắt BC tại S, OS cắt AM tại N.Chứng minh : 2 tam giác IBN và CHN đồng dạng

4/CI cắt ME tại K, NE cắt AB tại S và BD cắt KN tại Q.Chứng minh : Tứ giác NSBQ nội tiếp

Bài 60 : Từ 1 điểm A ngoài (O:R) sao cho $OA > 2R$.Vẽ 2 tiếp tuyến (B,C là tiếp điểm) ,OA cắt BC tại H

1/Chứng minh : Tứ giác OBAC nội tiếp và diện tích của tứ giác $OBAC = R \cdot AB$

2/Trên tia đối của tia AB lấy 1 điểm D(B nằm giữa A và D) sao cho $AH = DH$. Đường thẳng qua H vuông góc với DH cắt AB và OB lần lượt tại M và N.Chứng minh : H là trung điểm của MN và tứ giác BMCN là hình chữ nhật

3/Gọi I là trung điểm của AC, BI cắt (O) tại E,CE cắt MN tại K.Kẻ tiếp tuyến KF đến (O) sao cho F thuộc cung nhỏ BC.Chứng minh : Tứ giác BHEM nội tiếp và $KH = KF$

4/HF cắt (O) tại G ,GC cắt HK tại Q. Kẻ cát tuyến KJT đến (O) sao $KJ < KT$ và J thuộc cung nhỏ BE. Gọi S_1 và S_2 lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp của các tam giác QTJ và QCE. Chứng minh : $S_1 S_2$ vuông góc với GK

Bài 61 : Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn nội tiếp (O:R) $AB < AC$.Vẽ 3 đường cao AD,BE,CF của tam giác ABC cắt nhau tại H

1/Chứng minh : Các tứ giác AFDC,BFHD nội tiếp

2/AH cắt EF tại G .Chứng minh : $AD \cdot HG = DH \cdot AG$

3/AD cắt (O) tại M ,EF cắt (O) tại K (K thuộc cung nhỏ AB) . Chứng minh : $AK^2 = AG \cdot AM$

4/Từ K kẻ đường thẳng song song với AM cắt BM tại L .Gọi N là điểm đối xứng A qua G .Trên GE lấy 1 điểm J sao cho góc $KGL =$ góc ANJ .Chứng tỏ : $KF = GJ$

Bài 62 : Cho đường tròn tâm O , đường kính AB .Trên đường tròn lấy 1 điểm C sao cho $BC > AC$. Tiếp tuyến tại A của (O) cắt BC tại D .Từ D kẻ đường thẳng song song với AB cắt AC tại E ,BE cắt (O) tại I

1/Chứng minh : $DC^2 = AC \cdot EC$

2/Chứng tỏ : Tứ giác ADEI nội tiếp ,xác định tâm

3/ Kẻ tiếp tuyến EM đến (O) với M là tiếp điểm , M thuộc cung nhỏ BC .Chứng minh : tam giác DEM cân

4/DM cắt AI tại P và AM cắt BD tại Q . Chứng minh : $PQ \parallel AD$

5/PQ cắt BI tại S .Từ S kẻ tiếp tuyến SL đến (O) với L là tiếp điểm ,L thuộc cung nhỏ BC)

.Chứng minh : PL vuông góc với OS

6/PL cắt AB tại T ,ST cắt AD tại K .Chứng minh : KI là tiếp tuyến của (O)

Bài 63 : Cho đường tròn tâm (O), đường kính AB. Trên đường tròn lấy 1 điểm C sao cho $BC > AC$. Vẽ CH vuông góc với AB tại H, CH cắt (O) tại K. Tiếp tuyến tại A của (O) cắt BC tại D

1/ Chứng minh : $HC = HK$ và $AH.BH = CH.HK$

2/ Từ D kẻ đường thẳng song song với AB cắt AC tại E, BE cắt (O) tại I. Chứng minh : Tứ giác ADEI nội tiếp rồi suy ra góc $\widehat{IOC} = 2\widehat{góc EDI}$

3/ Chứng tỏ : OK và DI cắt nhau tại 1 điểm J thuộc đường tròn (O)

4/ Các tiếp tuyến tại B và J của (O) cắt nhau tại M, BJ cắt DM tại P và cắt IC tại Q. Chứng minh : P là trực tâm của tam giác OMQ

5/ Vẽ KL vuông góc với BC tại L. Chứng tỏ : Giá trị biểu thức A có giá trị không đổi

$$A = \frac{BC.BI(KL-AI) + AC.AI.KL}{CK}$$

Bài 64 : Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn ($AB < AC$). Dựng đường tròn tâm O, đường kính BC cắt AB và AC lần lượt tại E và F, BF cắt CE tại H, AH cắt BC tại D

1/ Chứng minh : H là trực tâm của tam giác ABC và AD vuông góc với BC

2/ Chứng tỏ : Các tứ giác AEDC, AEHF nội tiếp và xác định tâm I của (AEHF)

3/ Chứng minh : IE và IF là tiếp tuyến của (O)

4/ Đường tròn tâm I cắt DF tại M. Chứng minh : AD là phân giác của góc EAM

5/ AD cắt (O) tại P và Q (P thuộc cung nhỏ EF). Chứng minh : $AP.HD = DQ.HP$

6/ Vẽ ML vuông góc với QC tại L, ML cắt BC tại S. Đường thẳng qua P song song với DL và đường thẳng qua M song song với AD cắt nhau tại N. Đường thẳng qua M vuông góc với SN cắt BC tại T

Chứng tỏ : Tứ giác TQSM nội tiếp được

Bài 65 : Cho đường tròn tâm O, đường kính AB. Trên đường tròn lấy 1 điểm C sao cho $BC > AC$. Từ D kẻ tiếp tuyến DE đến (O) với E là tiếp điểm

1/ Chứng minh : Tứ giác AOED nội tiếp, xác định tâm

2/ Chứng minh : $CE = BE \cdot \cos^2 \widehat{BAC}$

3/ AC cắt DE tại I. Trên AE lấy 1 điểm M sao cho góc $\widehat{ACM} = \widehat{góc AOD}$. Chứng minh : tam giác IME cân

4/ Từ E kẻ đường thẳng song song với AD cắt BD tại N, MN cắt AD tại K. Chứng minh : KC là tiếp tuyến của (O)

5/ Gọi G là giao điểm của AE và BD, KC cắt DE tại S. Tiếp tuyến tại B của (O) cắt AE tại P. Trên BP lấy 1 điểm Q sao cho $PQ = 3BQ$. Chứng minh : DQ, KE, SG đồng quy tại 1 điểm

Bài 66 : Cho đường tròn tâm O, đường kính AB. Trên đường tròn lấy 1 điểm C sao cho $BC > AC$. Các tiếp tuyến tại B và C của (O) cắt nhau tại D. Vẽ CH vuông góc với AB tại H

1/ Chứng minh : Tứ giác BOCD nội tiếp và xác định tâm I

2/ Chứng minh : $AC // OD$ và $AC.OD = 2R^2$

3/ AD cắt CH tại K. Chứng minh : K là trung điểm của CH

4/ M là trung điểm của OB. Chứng minh : BK vuông góc với DM

5/ Từ O kẻ đường thẳng song song với BD cắt BK tại P, CP cắt OD tại Q, BK cắt DM tại N. Chứng tỏ : Tứ giác IPQN nội tiếp

Bài 67 : Cho đường tròn tâm (O), đường kính AB. Trên đường tròn lấy 1 điểm C sao cho $BC > AC$. Vẽ CH vuông góc với AB tại H. Chứng minh

1/ Tam giác ABC vuông và $CH = 2R \cdot \sin \widehat{ABC} \cdot \cos \widehat{ABC}$

2/ Đường thẳng qua O song song với BC cắt tia tiếp tuyến tại A của (O) tại I. Chứng tỏ : IC là tiếp tuyến của (O)

3/ Gọi D là điểm đối xứng A qua C, BD cắt (O) tại L. Chứng minh: $DL = 2AH$

4/ IC cắt DH tại M. Chứng tỏ : M là trực tâm của tam giác IBD

5/Từ B kẻ các tiếp tuyến BP và BQ đến với đường tròn tâm J đường kính DI và đường tròn tâm G ngoại tiếp tam giác IMD với P và Q là tiếp điểm .Chứng minh : $BQ^2=2BP^2$

Bài 68 : Cho đường tròn tâm O ,đường kính AB .Trên đường tròn lấy 1 điểm C sao cho $BC>AC$.Tiếp tuyến tại A của (O) cắt BC tại D .Từ D vẽ tiếp tuyến DE đến (O) với E là tiếp điểm .Vẽ CH vuông góc với BA tại H

1/Chứng minh : Tứ giác AOED nội tiếp được và $AC^2=BC.DC$

2/Gọi P là trực tâm của tam giác ADE .Chứng tỏ : Tứ giác APEO là hình thoi

3/CH cắt AE tại I .Chứng tỏ : 3 điểm P,O,I thẳng hàng

4/BI cắt OC tại S .Chứng minh : AS vuông góc với OH

Bài 69 : Cho đường tròn tâm (O), đường kính AB .Trên đường tròn lấy 1 điểm C sao cho $BC>AC$. Các tiếp tuyến tại A và C của (O) cắt nhau tại D ,BD cắt AC tại M .Vẽ MN vuông góc với AB tại N

1/Chứng minh : tứ giác MNCB nội tiếp

2/ $AN.AB=AM.AC$

3/Tích $OD.BC$ không đổi

4/Đường thẳng qua D vuông góc với OM cắt MN tại I .Chứng minh : M là trung điểm của IN và 3 điểm I,C,B thẳng hàng

5/Từ I kẻ tiếp tuyến IK đến đường tròn ngoại tiếp tam giác AMB với K là tiếp điểm .Chứng minh : $IN=IK$

Bài 70 : Cho đường tròn tâm O ,đường kính AB .Trên đường tròn lấy 1 điểm C sao cho $BC>AC$.Tiếp tuyến tại A của (O) cắt BC tại D .Gọi K là trung điểm của BC

1/Chứng tỏ : Tứ giác AOKD nội tiếp

2/Vẽ AM vuông góc với OD tại M ,AM cắt BC tại N ,OD cắt (O) tại I (I thuộc cung nhỏ AC) ,IN cắt (O) tại H.Chứng minh : $IN.HN=NC.NB$

3/Chứng minh : $NC.BD=DC.BN$ và $DA^2=DN.DK$

4/Đường thẳng qua N song song với OC cắt tia tiếp tuyến tại C của (O) ở S .Chứng tỏ : tứ giác SNKH nội tiếp được

5/Chứng minh : $\frac{SK}{HN} = \frac{SN.SH + KN.KH}{HS.HK + SN.KN}$

Bài 71 : Từ 1 điểm A ngoài (O:R) .Vẽ 2 tiếp tuyến (B,C là tiếp điểm) và 1 cát tuyến ADE đến (O) ($AD<AE$, D và B nằm ở cùng mặt phẳng bờ OA) .Qua D kẻ đường thẳng song song với AB cắt BE tại M ,CM cắt (O) tại N .Chứng minh :

1/Tứ giác ABOC nội tiếp

2/ $BD^2=BM.BE$

3/ $BM.BE=MC.MN$

4/ $R^2=OM^2+BD^2- BM^2$

5/ND cắt AB tại I .Chứng minh : B là trung điểm của AI

6/Chứng minh : $\frac{ID^4}{AE^3} = \frac{AB.BD}{BN}$

Dạng bài tập đặc biệt :

Bài 72 : Từ 1 điểm A ngoài (O:R).Vẽ tiếp tuyến AB (B là 2 tiếp điểm) và 1 cát tuyến ACD đến (O) ($AC<AD$) ,C và B nằm ở 2 mặt phẳng bờ OA khác nhau .Các tiếp tuyến tại C và D của (O) cắt nhau tại M ,OM cắt (O) tại N (N thuộc cung nhỏ CD) ,AN cắt (O) tại I

1/Chứng minh : BM vuông góc với OA

2/DN cắt BM tại K .Chứng tỏ : 3 điểm C,I,K thẳng hàng

3/MI cắt (O) tại S .Đường trung trực của AB cắt đường thẳng qua A song song với BM tại H .Chứng minh : $HS=HA$

Bài 73 : Từ 1 điểm A ngoài (O:R) sao cho $OA > 2R$. Vẽ 2 tiếp tuyến (B,C là tiếp điểm). Vẽ dây cung CM//AB, AM cắt 9O tại N. Tiếp tuyến tại N của (O) cắt AB tại E, OE cắt MN tại I. Chứng minh :

1/N là trung điểm của AI

2/ $NS^2 \cdot 2CH = MS^2 \cdot CI$

3/ Chứng tỏ : $AC^2 - AN^2 = 2EN \cdot EA (1 + \cos AEN)$

Bài 74 : Cho đường tròn tâm (O), đường kính AB. Bên ngoài đường tròn lấy 1 điểm M bất kỳ sao cho góc BOM tù. MO và MB cắt (O) lần lượt tại C và D (C và D nằm ở cùng mặt phẳng bờ AB). Đường thẳng qua M vuông góc với AC cắt AD tại E, F là điểm đối xứng C qua ME

1/ Chứng minh : CE là tiếp tuyến của (O) và MF//AB

2/ Tiếp tuyến tại B của (O) cắt ME tại H. Dựng hình bình hành HFAJ. Chứng tỏ : 3 điểm E, O, J thẳng hàng

3/ BF cắt (O) tại Q, AE cắt (O) tại D. Các tiếp tuyến tại A và D cắt nhau tại S. Chứng tỏ : 3 điểm S, C, Q thẳng hàng

Bài 75 : Cho đường tròn tâm O, đường kính AB. Trên đường tròn lấy 1 điểm C sao cho $AC > BC$. Tiếp tuyến tại A của (O) cắt BC tại D. Gọi H là điểm đối xứng A qua C. Gọi K là trung điểm của OA

1/ Chứng tỏ : giá trị $BD^2 - DK^2$ không đổi

2/ Trên AC lấy 1 điểm M sao cho $AM = 2CM$. Chứng tỏ : MB đi qua trung điểm của OC

3/ DM cắt AB tại T. Chứng tỏ : tứ giác DKTH nội tiếp

Bài 76 : Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn ($AB < AC$). Vẽ 3 đường cao AF, BD, CE của tam giác ABC cắt nhau tại H, gọi I là trung điểm của DE, IH cắt đường tròn tâm O ngoại tiếp tam giác BHC tại M. Chứng tỏ : tứ giác AIFM nội tiếp được

2/ AF cắt MC tại Q. Đường tròn tâm G nội tiếp tam giác MHC tiếp xúc với HC và MC lần lượt tại J và L. Đường thẳng qua C song song với MH cắt JL tại S. Gọi K là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AQC. Chứng minh : $OK // SG$

Bài 77 : Từ 1 điểm A ngoài (O:R). Kẻ 2 tiếp tuyến (B,C là tiếp điểm). Trên cung lớn BC lấy 1 điểm M bất kỳ. Vẽ MQ vuông góc với AB tại Q, MP vuông góc với BC tại P, MN vuông góc với AC tại N, MB cắt PQ tại I và MC cắt NP tại F

1/ Chứng minh : $BC // IK$

2/ Gọi J là giao điểm thứ 2 của 2 đường tròn ngoại tiếp tam giác MIQ và MNK. Chứng minh : góc BMA = góc JMC

Bài 78 : Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn nội tiếp đường tròn (O). Trên cung nhỏ BC lấy 1 điểm M bất kỳ. Gọi K là điểm đối xứng M qua AC và H là trực tâm của tam giác ABC

1/ Chứng tỏ : Tứ giác AHCK nội tiếp được

2/ Vẽ đường kính MN. Vẽ NS vuông góc với BC tại S. Gọi I là trung điểm của HN. Chứng minh : HK vuông góc với IS

Bài 79 : Từ 1 điểm A ngoài (O:R) sao cho $OA > 2R$. Vẽ 2 tiếp tuyến (B,C là tiếp điểm) và 1 cát tuyến ADE đến (O) $AD < AE$, D và B nằm ở cùng mặt phẳng bờ OA. Từng cặp tiếp tuyến tại B và E, tại C và D lần lượt cắt nhau tại P và Q, OA cắt BC tại H, CD cắt AB tại M. Đường thẳng qua A song song với BC cắt HD và HM lần lượt tại G và J, L là điểm đối xứng G qua J

1/ Chứng tỏ : 3 đường thẳng CL, HM, BG đồng quy

2/ AE cắt BC tại S. Chứng minh : $BE^2 \cdot CS = CE^2 \cdot BS$

3/ HL cắt CM tại V. Chứng tỏ : OV vuông góc với PQ

Bài 80 : Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn nội tiếp đường tròn (O). Vẽ 2 đường cao BD và CE của tam giác ABC cắt nhau tại H ($AB < AC$), DE cắt BC tại M. Dựng 2 đường tròn, 1 đường tròn đi qua 2 điểm A và B và 1 đường tròn đi qua 2 điểm B và C, cả 2 Đường tròn này cùng tiếp xúc với

BC cắt nhau tại giao điểm thứ 2 là S. gọi I là trung điểm của BC. 1/Chứng tỏ : 3 điểm A,S,I thẳng hàng

2/Đường tròn đường kính MI cắt (O) tại K (K thuộc cung nhỏ BC),AK cắt BC tại N .Chứng minh : $BN^2.AE=CN^2.AD$

3/BS cắt AC tại P và CS cắt AB tại Q .Chứng tỏ : tam giác NPQ cân

Bài 81 : Cho đường tròn tâm O ,đường kính AB .Trên đường tròn lấy 1 điểm I sao cho $AI > BI$.Tiếp tuyến tại A của (O) cắt BI tại E Gọi M là trung điểm của OA , EM cắt (O) tại N (N thuộc cung nhỏ CI) , BN cắt AE tại C .Vẽ CD vuông góc với BE tại D .Chứng minh :

1/IN đi qua trung điểm của AD

2/Vẽ IH vuông góc với AB tại H .Trên IH lấy 1 điểm K sao cho $IK=3HK$.Chứng minh : EM vuông góc với AK

3/Gọi J là tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác BND và L là điểm đối xứng C qua J .Chứng tỏ : 3 điểm A,K,L thẳng hàng

Bài 82 : Từ 1 điểm A ngoài (O:R) .Kẻ 2 tiếp tuyến (B,C là tiếp điểm) .Vẽ đường kính CD .Vẽ dây cung BM //AB

1/Chứng minh : $DM.OA=2R^2$

2/Trên BM lấy 1 điểm E bất kỳ .Đường thẳng qua E vuông góc với MC cắt CD tại N và cắt BD tại P , CE cắt (O) tại I .Đường tròn ngoại tiếp của 2 tam giác MNC và IPC cắt nhau tại S .Chứng tỏ : 3 điểm P,E,S thẳng hàng

Bài 83 : Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn ($AB < AC$) .Dựng đường tròn tâm O , đường kính BC cắt AB và AC lần lượt tại M và N , BN cắt CM tại H , AH cắt MN tại I và cắt BC tại D .Gọi K là điểm đối xứng A qua I .Chứng minh : $IH^2=HD.HK - IM.IN$

2/BN cắt OA tại J ,S là trung điểm của OB ,SJ cắt ON tại L . Đường thẳng qua K song song với BC cắt AC tại Q .Chứng tỏ : HL vuông góc với IQ

-----HẾT-----