TÀI LIỆU MÔN TOÁN LỚP 9 ĐẠI SỐ

CHƯƠNG I CĂN BẬC HAI , CĂN BẬC BA

1) Căn bậc hai

* Căn bậc hai số học của số thực a $\ge$ 0 , kí hiệu $\sqrt{a}$ là số x $\ge$ 0 mà $x^2 = a$.

* a > 0 , có hai căn bậc hai là hai số đối nhau $\sqrt{a}$ và - $\sqrt{a}$. Ta có $\left(\sqrt{a}\right)^2 = \left(-\sqrt{a}\right)^2 = a$

* Căn bậc hai của 0 là 0 ;* Với a > 0 ; b > 0 ta có : $a > b \Leftrightarrow \sqrt{a} > \sqrt{b}$

* $\sqrt{A}$ xác định (có nghĩa) $\Leftrightarrow A \ge 0$ * $\frac{A}{\sqrt{B}}$ có nghĩa (xác định) $\Leftrightarrow$ B > 0

* $\frac{\sqrt{A}}{B}$ có nghĩa (xác định) $\Leftrightarrow B \ne 0$ và $A \ge 0$; * $\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} \text{A nÕu } A \ge 0 \\ \text{- A nÕu } A < 0 \end{cases}$

* $\sqrt{A.B} = \sqrt{A}.\sqrt{B}$; $\sqrt{A}.\sqrt{B} = \sqrt{A.B}$ (với $A \ge 0; B \ge 0$) ; $\sqrt{A^2.B} = |A|.\sqrt{B}$ (Với B $\ge$ 0)

* $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$; $\frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A}{B}}$ (với $A \ge 0; B \ge 0$) ; $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A.B}}{|B|}$ (Với $AB \ge 0; B \ne 0$)

* $\frac{A}{\sqrt{B}} = \frac{A.\sqrt{B}}{B}$ (Với B > 0) ; $\frac{1}{\sqrt{A} - \sqrt{B}} + \frac{1}{\sqrt{A} + \sqrt{B}} = \frac{\sqrt{A} + \sqrt{B} + (\sqrt{A} - \sqrt{B})}{A - B}$

* $\frac{C}{\sqrt{A} - \sqrt{B}} - \frac{D}{\sqrt{A} + \sqrt{B}} = \frac{C.(\sqrt{A} + \sqrt{B}) - D.(\sqrt{A} - \sqrt{B})}{A - B}$ (Với $A \ge 0; B \ge 0$; $A \ne B$)

* $A - 2\sqrt{A} + 1 = (\sqrt{A} - 1)^2$; $(\sqrt{A} + 1)^2 = A + 2\sqrt{A} + 1$ (Với A $\ge$ 0)

* $A^2 - 2AB + B^2 = (A - B)^2$; $A - 2\sqrt{AB} + B = ((\sqrt{A} - \sqrt{B})^2$ (Với $A \ge 0; B \ge 0$)

* $A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$; $A - B = (\sqrt{A} - \sqrt{B})(\sqrt{A} + \sqrt{B})$

* $A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$; $\sqrt{A^3} + \sqrt{B^3} = (\sqrt{A} + \sqrt{B})(A - \sqrt{AB} + B)$

* $(A - B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$; $(\sqrt{A} + B)^2 = A + 2B\sqrt{A} + B^2$ (Với A $\ge$ 0)

* $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$; $x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2)$.

*$(x_1 - x_2)^2 = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 \Rightarrow |x_1 - x_2| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2}$

* $A + \sqrt{A} = \sqrt{A}(\sqrt{A} + 1)$ (A $\ge$ 0) ; $A - 1 = \left(\sqrt{A} - 1\right)\left(\sqrt{A} + 1\right)$

* $\left(\sqrt{A} - B\right)^2 = \left(B - \sqrt{A}\right)^2 = A - 2B\sqrt{A} + B^2$

* $\frac{\sqrt{A} + \sqrt{B}}{\sqrt{A} - \sqrt{B}} + \frac{\sqrt{A} - \sqrt{B}}{\sqrt{A} + \sqrt{B}} = \frac{(\sqrt{A} + \sqrt{B})^2 + (\sqrt{A} - \sqrt{B})^2}{A - B}$ (Với $A \ge 0; B \ge 0$; $A \ne B$)

* $\frac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{n+1}} = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ (Với mọi số tự nhiên n)

* $\dfrac{\sqrt{A}+\sqrt{B}}{\sqrt{A}-\sqrt{B}}-\dfrac{\sqrt{A}-\sqrt{B}}{\sqrt{A}+\sqrt{B}}=\dfrac{(\sqrt{A}+\sqrt{B})^2-(\sqrt{A}-\sqrt{B})^2}{A - B}$ (Với $A \ge 0; B \ge 0$; $A \ne B$)

*** Bảy hằng đẳng thức đáng nhớ :**

1) Bình phương của một tổng : $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$
2) Bình phương của một hiệu : $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$
3) Hiệu các bình phương : $A^2 – B^2 = (A – B)(A + B)$
4)Lập phương của một tổng : $(A + B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$
4)Lập phương của một tổng : $(A + B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$
5)Lập phương của một hiệu : $(A - B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$
6) Tổng các lập phương : $A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2)$
7) Hiệu các lập phương : $A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$

CHƯƠNG II HÀM SỐ BẬC NHẤT

1) Hàm số bậc nhất :

a) Hàm số bậc nhất là hàm số được cho bởi công thức $y = ax + b$ ($a \ne 0$)trong đó a , b là các số thực xác định (khi b = 0 ta có hàm số dạng y = ax)
b)) Hàm số bậc nhất y = ax + b xác định với mọi số thực x , đồng biến trên **R** khi a > 0 và nghịch biến trên **R** khi a < 0 .

2) Hệ số góc của đường thẳng - Đường thẳng song song và đường thẳng cắt nhau

a) Đường thẳng $y = ax + b$ ($a \ne 0$) (d) có a là hệ số góc và b là tung độ góc .

b) Cho hai đường thẳng (d_1) : $y = a_1x + b_1$ ($a \ne 0$) và (d_2) : $y = a_2x + b_2$ ($a \ne 0$)

* (d_1) // (d_2) $\Leftrightarrow a_1 = a_2$ và $b_1 \ne b_2$

* (d_1) cắt (d_2) $\Leftrightarrow a_1 \ne a_2$

* (d_1) $\equiv$ (d_2) $\Leftrightarrow a_1 = a_2$ và $b_1 = b_2$

* (d_1) $\perp$ (d_2) $\Leftrightarrow a_1.a_2 = - 1$

3) Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn :

***** Hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn có dạng :

$(I)\begin{cases} ax + by = c\ (1) \\ a'x + b'y = c'\ (2) \end{cases}$ (trong đó ax + by = c và a’x + b’y = c’ là các phương trình bậc nhất hai ẩn)

*Nếu các phương trình (1) và (2) có nghiệm chung thì nghiệm chung đó gọi là nghiệm của hệ (I). Nếu các phương trình (1) và (2) không có nghiệm chung, ta nói hệ (I) vô nghiệm vô nghiệm .
* Giải hệ phương trình (I) bằng minh hoạ hình học.Ta vẽ các đường thẳng thẳng (d_1) : ax +by = c Và (d_2) : a’x + b’y = c’ trên cùng mặt phẳng toạ độ Oxy .
+ (d_1) và (d_2) cắt nhau : Hệ (I) có nghiệm duy nhất .
+ (d_1) // (d_2) : Hệ (I) có vô nghiệm .
+ (d_1) $\equiv$ (d_2) : Hệ (I) có vô số nghiệm .

4) Hệ phương trình tương đương :

* Hai hệ phương trình tương đương gọi là tương đương với nhau khi chúng có cùng một tập nghiệm

5) Hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn :

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1\ (d_1) \\ a_2x + b_2y = c_2\ (d_2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\dfrac{a_1}{b_1} + \dfrac{c_1}{b_1} \\ y = -\dfrac{a_2}{b_2} + \dfrac{c_2}{b_2} \end{cases} \ (\mathrm{I})$$

*(d_1) cắt (d_2) $\Leftrightarrow$ Hệ (I) có nghiệm duy nhất
*(d_1) song song với (d_2) $\Leftrightarrow$ Hệ (I) vô nghiệm
*(d_1) trùng với (d_2) $\Leftrightarrow$ Hệ (I) vô số nghiệm

6)Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế và phương pháp cộn đại số
a)Quy tắc thế : Quy tắc thế dùng để biến đổi một hệ P/ t thành hệ PTTĐ .Q/ t thế gồm hai bước sau
*** Bước 1** :Từ một phương trinh hệ đã cho (coi là phương trình thứ nhất), ta biểu diễn một ẩn theo ẩn kia rồi thế vào phương trình thứ hai để được phương trình mới (chỉ còn một ẩn)
*** Bước 2**: Dùng phương trình mới để thay thế cho phương trình thứ hai trong hệ(phương trình thứ nhất cũng thường được thay thế bởi bởi hệ thức biểu diễn một ẩn theo ẩn kia có được ở bước 1)
b) Quy tắc cộng đại số : dùng để biến đổi một hệ PT thành hệ PTTT .Quy tắc thế gồm hai bước sau
*** Bước 1** Cộng hay trừ từng vế hai p/t của hệ phương trình đã cho để được một hệ phương trình mới
*** Bước 2**:Dùng phương pháp thay thế cho một trong hai p/t của hệ (và giữ nguyên phương trình kia)
7) Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình :
Các bước giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình
BƯỚC 1: Lập hệ phương trình : -Chọn ẩn số và đặt điều kiện thích hợp cho ẩn số .
 - Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và các đại lượng đã biết
- Lập phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng
BƯỚC 2: Giải hệ phương trình .
BƯỚC 3 : Trả lời . Kiểm tra xem trong các nghiệm của hệ phương trình, nghiệm nào thoả mãn điều kiện của ẩn, nghiệm nào không thoả mãn, rồi kết luận .

8) Hàm số và đồ thị của hàm của hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$)

a) Tính chất của hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$):

* Nếu $a > 0$ thì hàm số nghịch biến khi $x < 0$ và đồng biến khi $x > 0$

* Nếu $a < 0$ thì hàm số đồng biến khi $x < 0$ và nghịch biến khi $x > 0$

b)Đồ thị của hàm của hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) là một đường cong đi qua gốc toạ độ và nhận trục Oy làm trục đối xứng. Đường cong đó được gọi là một Parabol với đỉnh O .
* Nếu $a > 0$ thì đồ thị nằm phía trên trục hoành , O là điểm thấp nhất của đồ thị .
* Nếu $a < 0$ thì đồ thị nằm phía dưới trục hoành , O là điểm thấp nhất của đồ thị .
9)Phương trình bậc hai một ẩn (nói gọn là phương trình bậc hai) là phương trình có dạng
$ax^2 + bx + c = 0$ trong đó x là ẩn ; a , b , c là những số cho trước gọi là các hệ số và $a \neq 0$

a) Công thức nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) ; $\Delta = b^2 - 4ac$

* Nếu $\Delta > 0$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt : $x_1 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$; $x_2 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$

* Nếu $\Delta = 0$ thì phương trình có nghiệm kép $x_1 = x_2 = -\dfrac{b}{2a}$

* Nếu $\Delta < 0$ thì phương trình vô nghiệm .

b) Công thức nghiệm thu gọn của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)

$\Delta' = b'^2 - ac$ ($b' = \frac{b}{2}$ hay b = 2b')

* Nếu $\Delta' > 0$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt : $x_1 = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a}$; $x_2 = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a}$

* Nếu $\Delta' = 0$ thì phương trình có nghiệm kép $x_1 = x_2 = -\frac{b'}{a}$

* Nếu $\Delta' < 0$ thì phương trình vô nghiệm

c) Nếu a + b + c = 0 thì phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) có nghiệm $x_1 = 1$ và $x_2 = \frac{c}{a}$

d) Nếu a - b + c = 0 thì phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) có nghiệm $x_1 = -1$ và $x_2 = -\frac{c}{a}$

10) Hệ thức Viète :

Nếu x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) thì $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1.x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$

11) Nếu hai số x_1 và x_2 có tổng $S = x_1 + x_2$ và tích $P = x_1.x_2$ thì x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - Sx + P = 0$ (Điều kiện $S^2 - 4P \geq 0$)

12) Nếu x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) và x_1 ; x_2 là hai nghiệm đối nhau thì $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 0 \\ x_1.x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$

13) Nếu x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) và x_1 ; x_2 là hai nghiệm nghịch đảo của nhau thì $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1.x_2 = \frac{c}{a} = 1 \end{cases}$

14) Với mọi $n \in N^*$, ta có :

$$\frac{1}{(n+1)\sqrt{n} + n\sqrt{n+1}} = \frac{(n+1)\sqrt{n} - n\sqrt{n+1}}{(n+1)^2 n - n^2(n+1)} = \frac{(n+1)\sqrt{n} - n\sqrt{n+1}}{n(n+1)} = \frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}}$$

15) Công thức tính khoảng cách d giữa hai điểm $A(x_1 ; y_1)$ và $B(x_2 ; y_2)$ là

$d = AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

16) Phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) có nghiệm x_1 , x_2 thì điều kiện dể một phương trình bậc hai :

- Có hai nghiệm dương là : $\Delta \geq 0$, $P > 0$ và $S > 0$;
- Có hai nghiệm âm là : $\Delta \geq 0$, $P > 0$ và $S < 0$;
- Có hai nghiệm trái dấu là : $\Delta > 0$; $P < 0$

Người biên soạn : Phạm Năng Hiền GV : TRƯỜNG THCS NGUYỄN DU

17) $\sqrt{A} = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = B^2 \end{cases}$; * $|A| = |B| \Leftrightarrow A^2 = B^2$; $\sqrt{A} = \sqrt{B} \Leftrightarrow A = B$ ($A > 0$; $B > 0$)

18) $\frac{1}{x^2_1} + \frac{1}{x^2_2} = \frac{x^2_1 + x^2_2}{\left(x_1.x_2\right)^2}$; $\frac{1}{x^3_1} + \frac{1}{x^3_2} = \frac{x^3_1 + x^3_2}{\left(x_1.x_2\right)^3}$

19) $(x_1 - x_2)^3 = x_1^3 - 3x^2_1 x_2 + 3x_1x_2^2 - x^3_2 \Leftrightarrow x_1^3 - x^3_2 = (x_1 - x_2)^3 - 3x_1 x_2(x_1 - x_2)$