

TÀI LIỆU HỌC TOÁN LỚP 9

* CHUYÊN ĐỀ 1:

MỘT SỐ DẠNG TOÁN CƠ BẢN VỀ CĂN BẬC HAI

A.KIẾN THỨC CƠ BẢN :

1.Khái niệm: x là căn bậc hai của số không âm a $\Leftrightarrow x^2 = a$. Kí hiệu: $x = \sqrt{a}$.

2.Điều kiện xác định của biểu thức \sqrt{A}

Biểu thức \sqrt{A} xác định(có nghĩa) $\Leftrightarrow A \geq 0$.

3.Hằng đẳng thức căn bậc hai

$$\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A & \text{khi } A \geq 0 \\ -A & \text{khi } A < 0 \end{cases}$$

4.Các phép biến đổi căn thức

$$1) \sqrt{A.B} = \sqrt{A}.\sqrt{B} \quad (A \geq 0; B \geq 0)$$

$$2) \sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}} \quad (A \geq 0; B > 0)$$

$$3) \sqrt{A^2B} = |A|\sqrt{B} \quad (B \geq 0)$$

$$4) \sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{1}{|B|} \sqrt{A.B} \quad (A.B \geq 0; B \neq 0)$$

$$5) \frac{C}{\sqrt{A} \pm B} = \frac{C(\sqrt{A} \mp B)}{A - B^2} \quad (\text{với } A \geq 0 \text{ và } A \neq B^2)$$

$$6) \frac{C}{\sqrt{A} \pm \sqrt{B}} = \frac{C(\sqrt{A} \mp \sqrt{B})}{A - B} \quad (\text{với } A \geq 0, B \geq 0 \text{ và } A \neq B)$$

$$7) \sqrt{A \pm 2\sqrt{B}} = \sqrt{m \pm 2\sqrt{m.n} + n} = \sqrt{(\sqrt{m} \pm \sqrt{n})^2} = |\sqrt{m} \pm \sqrt{n}|$$

$$\text{với } \begin{cases} m + n = A \\ m.n = B \end{cases} \quad (m, n > 0)$$

$$8) \text{ Nếu } A \geq 0 \text{ thì } A = (\sqrt{A})^2 = \sqrt{A^2} = A$$

***Chú ý:** Khi áp dụng các công thức trên ta thường áp dụng một cách linh hoạt theo chiều thuận hoặc đảo phù hợp với từng bài .

B.MỘT SỐ DẠNG BÀI TẬP THƯỜNG GẶP :

Dạng 1: Tính toán, thu gọn biến đổi biểu thức chứa căn bậc hai số học

I. Một số ví dụ :

Ví dụ 1: Tính:

- 1) $\sqrt{12} - \sqrt{3}$ (Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 năm 2006 - 2007, Ngày thi: 15/6/2006)
- 2) $\sqrt{100} - \sqrt{81}$ (Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 năm 2006 - 2007, Ngày thi: 17/6/2006)
- 3) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} - 3$ (Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 năm 2007 - 2008, Ngày thi: 26/6/2007)
- 4) $3\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$ (Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 năm 2008 - 2009, Ngày Thi: 22/6/2008)
- 5) $\sqrt{4} \cdot \sqrt{25}$ (Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 năm 2009 - 2010, Ngày thi: 08/7/2009)
- 6) $\sqrt{9} + \sqrt{4}$ (Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 năm 2009 - 2010, Ngày thi: 10/7/2009)
- 7) $(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})$ (Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 ptth năm học 2010-2011, Ngày 01/07/2010)
- 8) $\sqrt{20^2 - 16^2}$ (Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 ptth năm học 2010-2011, Ngày 03/7/2010)
- 9) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{27} - \sqrt{144} : \sqrt{36}$ (Đề thi tuyển sinh lớp 10 thpt năm học 2011-2012, Ngày thi : 01/7/2011)

Ví dụ 2 : Tính: (Áp dụng quy tắc khai ph-ơng một tích)

- 1) $\sqrt{9.16}$
- 2) $\sqrt{250.360}$
- 3) $\sqrt{12.1.1960}$
- 4) $\sqrt{25^2 - 24^2}$
- 5) $\sqrt{125.180}$
- 6) $\sqrt{3\frac{1}{16} \cdot 2\frac{14}{25} \cdot 2\frac{63}{81}}$
- 7) $\sqrt{58^2 - 42^2}$

Ví dụ 3: Tính (áp dụng quy tắc nhân, chia các căn bậc hai):

- 1) $\sqrt{12} \cdot \sqrt{3}$
- 2) $\sqrt{75} \cdot \sqrt{3}$
- 3) $\sqrt{0,4} \cdot \sqrt{90}$
- 4) $\sqrt{3 - \sqrt{5}} \cdot \sqrt{3 + \sqrt{5}}$
- 5) $\sqrt{32} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}}$
- 6) $\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{2}}$
- 7) $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{0,5}}$
- 8) $\frac{\sqrt{27x}}{\sqrt{3x^3}} (x > 0)$

Ví dụ 4 : Tính :

- 1) $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$
- 2) $(\sqrt{2} - 1)^2 - (\sqrt{2} + 1)^2$
- 3) $(3 - 2\sqrt{2})(3 + 2\sqrt{2})$
- 4) $\sqrt{(\sqrt{3} - 2)^2} - \sqrt{(\sqrt{3} + 2)^2}$
- 5) $\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} - \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$

Ví dụ 5 : Tính, trục căn thức :

- 1) $\frac{2}{\sqrt{2}}$
- 2) $\frac{5}{2\sqrt{3}}$
- 3) $\frac{-2}{\sqrt{3} + 1}$
- 4) $\frac{6}{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}$
- 5) $\frac{1}{\sqrt{2010} - \sqrt{2009}}$
- 6) $\frac{1}{\sqrt{2} - 1}$ (Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 năm 2005 - 2006, Ngày thi 02/7/2005)

Ví dụ 6 : So sánh các biểu thức sau (không sử dụng máy tính):

- 1) $a = \sqrt{20} + \sqrt{5}$ và $b = 4\sqrt{5}$
- 2) $a = 2\sqrt{3}$ và $b = 3\sqrt{2}$
- 3) $a = \sqrt{2008} - \sqrt{2007}$ và $b = \sqrt{2009} - \sqrt{2010}$

4) $a = \sqrt{1997} + \sqrt{1999}$ và $b = 2\sqrt{1998}$

*** Chú ý :** Để so sánh A và B trong đó A, B là các biểu thức chứa căn bậc 2 ta thường làm như sau :

+ Thực hiện phép biến đổi $A = C$ và $B = D$ rồi so sánh B và D (B và D so sánh được).

+ Xét hiệu A-B rồi so sánh với 0.

+ Sử dụng tính chất bắc cầu.

+ So sánh A^2 và B^2 ($A, B > 0$) từ đó so sánh A và B

II. Bài tập áp dụng :

Bài 1 : Tính :

1) $\sqrt{12} + \sqrt{27}$

2) $3\sqrt{2} + 5\sqrt{8} - 2\sqrt{50}$

3) $2\sqrt{45} + \sqrt{80} - \sqrt{245}$

4) $3\sqrt{12} - \sqrt{27} + \sqrt{108}$

5) $\sqrt{\frac{3}{4}} + \sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{\frac{1}{12}}$

6) $\sqrt{0,4} + \sqrt{2,5}$

7) $(\sqrt{2} + \sqrt{72} - \sqrt{18})\sqrt{2}$

8) $(3\sqrt{5} + \sqrt{2})(3\sqrt{5} - \sqrt{2})$

Bài 2 : Tính

1) $2\sqrt{3} - 3\sqrt{12}$

2) $2\sqrt{2} - \sqrt{5} + \sqrt{18} - \sqrt{20}$

3) $3\sqrt{3} - \sqrt{12} + \sqrt{24}$

4) $2\sqrt{27} - 6\sqrt{48} + 4\sqrt{75}$

5) $\sqrt{28} - 2\sqrt{14} + \sqrt{7} + \sqrt{63}$

6) $3\sqrt{5} + 4\sqrt{20} - 2\sqrt{125}$

Bài 3 : Tính :

1) $(\sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{3}) : \sqrt{3}$

2) $(\sqrt{27} + \sqrt{12} - \sqrt{108}) : \sqrt{3}$

3) $(\sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{\frac{4}{3}} + \sqrt{3}) : \sqrt{3}$

4) $(\sqrt{4} - \sqrt{16} + \sqrt{25})\sqrt{4}$

5) $(4\sqrt{3} + \sqrt{2})(4\sqrt{3} - \sqrt{2})$

6) $(\sqrt{6} + 2)(\sqrt{3} - \sqrt{2})$

Bài 4 : Rút gọn các biểu thức sau :

1) $\sqrt{4+2\sqrt{3}}$

2) $2 + \sqrt{6-2\sqrt{5}}$

3) $\sqrt{3+\sqrt{5}} - \sqrt{3-\sqrt{5}}$

4) $\sqrt{8+4\sqrt{3}} - \sqrt{8-4\sqrt{3}}$

5) $\sqrt{9-4\sqrt{5}} - \sqrt{9+4\sqrt{5}}$

6) $\frac{\sqrt{6+2\sqrt{5}}}{\sqrt{5}+1}$

7) $\sqrt{16-6\sqrt{7}} - \sqrt{16+6\sqrt{7}}$

8) $\sqrt{6+2\sqrt{5-\sqrt{13+\sqrt{48}}}}$

Bài 5 : Rút gọn các biểu thức sau

1) $G = \sqrt{4+\sqrt{7}} - \sqrt{4-\sqrt{7}}$

2) $I = \sqrt{9-4\sqrt{5}} - \sqrt{9+4\sqrt{5}}$

3) $N = \frac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}} + \frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}$

4) $R = \sqrt{3+\sqrt{13+\sqrt{48}}}$

Bài 6 : Tính :

1) $\sqrt{3-\sqrt{5}} - \sqrt{3-\sqrt{5}}$.

2) $\sqrt{3-\sqrt{5}}.(\sqrt{10}-\sqrt{2}).(3+\sqrt{5})$

Bài 7 : Tính :

1) $A = \frac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{2010\sqrt{2009}+2009\sqrt{2010}}$

2) $B = \frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2006}+\sqrt{2007}}$

3) $G = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}+\sqrt{8}+4}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}}$

4) $H = \frac{3\sqrt{8}-2\sqrt{12}+\sqrt{20}}{3\sqrt{18}-2\sqrt{27}+\sqrt{45}}$

Bài 8 :

Chứng minh : $\frac{1}{2\sqrt{1}} + \frac{1}{3\sqrt{2}} + \frac{1}{4\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{2005\sqrt{2004}} < 2$ (Đề thi tuyển sinh lớp 10 năm 2005 - 2006)

Bài 9 : So sánh (không dùng máy tính)

1) $3+\sqrt{5}$ và $2\sqrt{2}+\sqrt{6}$

2) $2\sqrt{3}+4$ và $3\sqrt{2}+\sqrt{10}$

3) $\sqrt{27}+\sqrt{26}+1$ và $\sqrt{48}$

4) $\sqrt{105}-\sqrt{101}$ và $\sqrt{101}-\sqrt{97}$

5) $\sqrt{15}-\sqrt{14}$ và $\sqrt{14}-\sqrt{13}$

6) $\sqrt{5\sqrt{3}}$ và $\sqrt{3\sqrt{5}}$

7) $\sqrt{2009}+\sqrt{2011}$ và $\sqrt{2010}$

8) $\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{36}}$ và 14

Dạng 2: tìm điều kiện xác định của căn thức

I. Kiến Thức cơ bản :

1. Định nghĩa : Với A là biểu thức đại số ,ta gọi \sqrt{A} là căn thức bậc hai của A. Khi đó A gọi là biểu thức lấy căn hay biểu thức dưới dấu căn .

2. Một số trường hợp thường gặp:

+) \sqrt{A} xác định $\Leftrightarrow A \geq 0$

+) $\sqrt{A^2}$ xác định với $\forall x \in R$

+) $\frac{m}{\sqrt{A}}$ xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ A \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow A > 0$

+) $\frac{m}{\sqrt{A^2}}$ xác định $\Leftrightarrow A \neq 0$

+) $\frac{m}{A}$ xác định $\Leftrightarrow A \neq 0$

+) $\sqrt{A.B}$ xác định $A.B \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ B \geq 0 \end{cases} \quad (ta\ có\ thể\ lập\ bảng\ xét\ dấu)$

+) $\sqrt{\frac{A}{B}}$ xác định $\frac{A}{B} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ B > 0 \end{cases} \quad (ta\ có\ thể\ lập\ bảng\ xét\ dấu)$

II. Một số ví dụ :

Ví dụ 1 :

a) Tìm x để $\sqrt{x-2}$ có nghĩa. (Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 năm 2008- 2009, Ngày Thi: 22/6/2007)

b) Với giá trị nào của x thì $\sqrt{x-5}$ có nghĩa?. (Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 năm 2007- 2008, Ngày 28/6/2007)

Ví dụ 2: Tìm x để các biểu thức sau có nghĩa :

1) $\sqrt{-2x}$ 2) $\sqrt{15x}$ 3) $\sqrt{2x+1}$ 4) $\sqrt{3-6x}$
5) $\frac{1}{2-\sqrt{x}}$ 6) $\frac{3}{\sqrt{x^2-1}}$ 7) $\sqrt{2x^2+3}$ 8) $\frac{5}{\sqrt{-x^2-2}}$

II. Bài tập áp dụng :

Tìm x để các biểu thức sau có nghĩa. (Tìm ĐKXĐ của các biểu thức sau) :

1) $\sqrt{3x-1}$ 2) $\sqrt{x^2+3}$ 3) $\sqrt{5-2x}$ 4) $\sqrt{x^2-2}$
5) $\frac{1}{\sqrt{7x-14}}$ 6) $\sqrt{x^2-3x+7}$ 7) $\sqrt{2x-1}$ 8) $\sqrt{x^2-9}$
9) $\sqrt{\frac{x+3}{7-x}}$ 10) $\sqrt{6x-1} + \sqrt{x+3}$

Dạng 3 : Rút gọn biểu thức - phân thức - căn thức bậc hai và các bài toán phụ

I. Kiến thức cơ bản :

1. Các bước cơ bản để làm bài toán rút gọn :

- Tìm điều kiện xác định (ĐKXĐ) của biểu thức .

- Phân tích tử thức, mẫu thức thành nhân tử (nếu có), giản - ước các nhân tử chung (nếu có).

- Quy đồng mẫu chung (nếu có)
- Thực hiện các phép toán thu gọn biểu thức .
- *Chú ý :** Nhớ vững thứ tự thực hiện các phép tính.

$$() \rightarrow [] \rightarrow \{ \} ; \quad a^n \rightarrow \times, : \rightarrow +, -$$

và các phép tính về đơn thức, đa thức, phân thức, căn thức.

***Một số bài toán phân tích đa thức thành nhân tử cần nhớ :**

- 1) $x \pm 2\sqrt{x} + 1 = (\sqrt{x} + 1)^2$ (với $x \geq 0$)
- 2) $x \pm 2\sqrt{x.y} + y = (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2$ (với $x, y \geq 0$)
- 3) $x - y = (\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})$ (với $x, y \geq 0$)
- 4) $x\sqrt{x} \pm y\sqrt{y} = \sqrt{x^3} \pm \sqrt{y^3} = (\sqrt{x} \pm \sqrt{y})(x \mp \sqrt{x.y} + y)$ (với $x, y \geq 0$)
- 5) $x\sqrt{y} \pm y\sqrt{x} = \sqrt{xy}(\sqrt{x} \pm \sqrt{y})$ (với $x, y \geq 0$)
- 6) $x - 1 = (\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)$ (với $x, y \geq 0$)

2. Một vài bài toán phụ th- ờng gặp :

2.1. Tính giá trị của biểu thức $A_{(x)}$ với $x = m$.

+ H- ớng dẫn:

- Nếu biểu thức đã rút gọn chứa căn, giá trị của biến chứa căn, ta biến đổi giá trị của biến về dạng HĐT.
- Nếu giá trị của biến chứa căn ở mẫu, ta trục căn thức ở mẫu tr- ớc khi thay vào biểu thức.

2.2 Tìm giá trị của x để : $A_{(x)} = a$. (a là hằng số)

+ H- ớng dẫn: - Thực chất là giải PT : $A_{(x)} = a$.

- Sau khi tìm x phải đối chiếu với ĐK đầu bài để KL.

2.3. Tìm giá trị của x để : $A_{(x)}$ lớn hơn, hoặc bé hơn một số (một biểu thức).

+ H- ớng dẫn: - Thực chất là giải BPT : $A_{(x)} > B_{(x)}$ (hoặc $A_{(x)} < B_{(x)}$).

- Sau khi tìm x phải đối chiếu với ĐK đầu bài để KL.

2.4. Tìm giá trị nguyên của biến để biểu thức đã rút gọn nhận giá trị nguyên.

+ H- ớng dẫn: - Tách phần nguyên, xét - ớc.

- Sau khi tìm x phải đối chiếu với ĐK đầu bài để KL.

2.5. Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức đã rút gọn.

+ H- ớng dẫn: Có thể đánh giá bằng nhiều cách, tùy bài toán cụ thể mà ta chọn cách nào đó cho phù hợp.

2.6. So sánh biểu thức đã rút gọn với một số hoặc một biểu thức.

+ H- ớng dẫn: Xét hiệu $A - m$ so sánh với 0

- Nếu $A - m > 0$ thì $A > m$.
- Nếu $A - m < 0$ thì $A < m$.
- Nếu $A - m = 0$ thì $A = m$.

II. Một số ví dụ :

Ví dụ 1. (Đề thi vào 10 THPT năm 2011-2012 (01/7/2011)- Bắc Giang)

Rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{a+3\sqrt{a}}{\sqrt{a}+3} - 2 \right) \cdot \left(\frac{a-1}{\sqrt{a}-1} + 1 \right)$, với $a \geq 0; a \neq 1$

Ví dụ 2. (Đề thi vào 10 THPT năm 2010-2011 (03/7/2010)- Bắc Giang)

Cho biểu thức $P = \frac{a^3+1}{a^2-a+1} + \frac{a^3-1}{a^2+a+1}$ (với $a \in R$)

- a) Rút gọn P
- b) Tìm a để $P > 3$.

Ví dụ 3. Cho biểu thức: $A = \left(\frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} \right) : \left(1 - \frac{3-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \right)$

- a) Rút gọn A.
- b) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 6 - 2\sqrt{5}$
- c) Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức A nhận giá trị nguyên.
- d) Tìm giá trị của x để giá trị biểu thức A bằng -3.
- e) Tìm giá trị của x để giá trị biểu thức A nhỏ hơn -1.

Ví dụ 4. Cho biểu thức

$$A = \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{a-\sqrt{a}} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{a}+1} + \frac{2}{a-1} \right)$$

- a) Rút gọn biểu thức A
- b) Tính giá trị A biết $a = 4 + 2\sqrt{3}$
- c) Tìm a để $A < 0$.

III. Bài tập áp dụng :

Bài 1: (Đề thi vào 10 THPT năm 2009-2010 (10/7/2009)- Bắc Giang)

Rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} + 1 \right) \left(\frac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - 1 \right)$ với $x \geq 0; x \neq 1$

Bài 2: (Đề thi vào 10 THPT năm 2008-2009(22/6/2008)- Bắc Giang)

Rút gọn biểu thức: $P = \left(\frac{2}{\sqrt{1+x}} + \sqrt{1-x} \right) : \left(\frac{2}{\sqrt{1-x^2}} + 1 \right)$ với $-1 < x < 1$

Bài 3: (Đề thi vào 10 THPT năm 2008-2009(20/6/2008)- Bắc Giang)

Rút gọn biểu thức: $P = \frac{a+b-2\sqrt{ab}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} : \frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$

Bài 4: (Đề thi vào 10 THPT năm 2007-2008(26/6/2007)- Bắc Giang)

Cho biểu thức: $A = \frac{x+2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} + \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} - \sqrt{x}$

1. Rút gọn A

2. Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để $\frac{6}{A} \in \mathbb{Z}$

Bài 5: (Đề thi vào 10 THPT năm 2007-2008(28/6/2007)- Bắc Giang)

Rút gọn biểu thức: $A = \frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} - \frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$

Bài 6: Cho biểu thức $P = \frac{x-3}{\sqrt{x}-1-\sqrt{2}}$

a) Rút gọn P.

b) Tính giá trị của P nếu $x = 4(2 - \sqrt{3})$.

c) Tính giá trị nhỏ nhất của P.

Bài 7: Xét biểu thức $A = \frac{a^2 + \sqrt{a}}{a - \sqrt{a} + 1} - \frac{2a + \sqrt{a}}{\sqrt{a}} + 1$.

a) Rút gọn A.

b) Biết $a > 1$, hãy so sánh A với $|A|$.

c) Tìm a để $A = 2$.

d) Tìm giá trị nhỏ nhất của A.

Bài 8: Cho biểu thức $C = \frac{1}{2\sqrt{x}-2} - \frac{1}{2\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}}{1-x}$

a) Rút gọn biểu thức C.

b) Tính giá trị của C với $x = \frac{4}{9}$.

c) Tính giá trị của x để $|C| = \frac{1}{3}$.

Bài 9: Xét biểu thức $Q = \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$.

a) Rút gọn Q.

b) Tìm các giá trị của x để $Q < 1$.

c) Tìm các giá trị nguyên của x để giá trị t-ơng ứng của Q cũng là số nguyên.

Bài 10 Cho biểu thức: $M = \left(\frac{\sqrt{x}-2}{x-1} - \frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1} \right) \frac{x^2-2x+1}{2}$

a) Rút gọn M.

- b) CMR nếu $0 < x < 1$ thì $M > 0$.
- c) Tính giá trị của biểu thức M khi $x = \frac{4}{25}$.
- d) Tìm giá trị của x để $M = -1$.
- e) Tìm giá trị của x để $M < 0$ ($M > 0$).
- f) Tìm giá trị của x để $M > -2$.
- g) Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức M nhận giá trị nguyên.
- h) Tìm giá trị của x để giá trị biểu thức M đạt GTLN.

*** CHUYÊN ĐỀ 2:**

HÀM SỐ VÀ ĐƯỜNG THẲNG (Hàm số $y = ax + b$ và $y = ax^2$)

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN :

1. Hàm số: $y = ax + b$ ($a \neq 0$)

a) Tính chất :

* TXĐ : $\forall x \in \mathbb{R}$.

* Sự biến thiên :

+ Nếu $a > 0$ hàm số đồng biến trên \mathbb{R}

+ Nếu $a < 0$ hàm số nghịch biến trên \mathbb{R}

b) **Đồ thị:** Là đường thẳng song song với đồ thị $y = ax$.

- Nếu $b \neq 0$, cắt trục Oy tại điểm có tung độ bằng b. Trùng với đồ thị $y = ax$ nếu $b = 0$ (b được gọi là tung độ gốc)

c) **Cách vẽ đồ thị:** Lấy hai điểm khác nhau thuộc đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) Biểu diễn hai điểm trên hệ trục Oxy kẻ đường thẳng đi qua hai điểm đó.

Cụ thể như sau :

- Cho $x = 0 \Rightarrow y = b$ ta được điểm A (0 ; b) thuộc trục Oy

- Cho $y = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a}$ ta được điểm B ($-\frac{b}{a}$; 0) thuộc trục Ox

Vẽ đường thẳng đi qua A và B ta được đồ thị hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$)

* Đồ thị hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$) còn gọi là đường thẳng $y = ax + b$.

d) Chú ý :

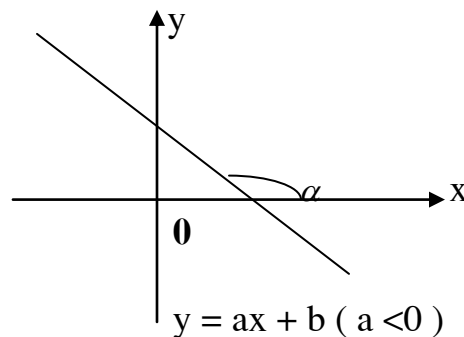
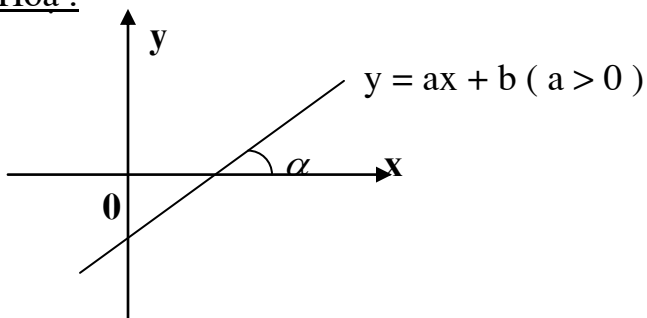
- Đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) có a gọi là hệ số góc.

- Ta có: $\tan \alpha = |a|$ (Trong đó α là góc tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) với chiều dương trục Ox)

- Nếu $a > 0$ thì : $0 < \alpha < 90^\circ$

- Nếu $a < 0$ thì : $90^\circ < \alpha < 180^\circ$

Minh Họa :



e. Quan hệ giữa hai đường thẳng.

Xét hai đường thẳng : $(d_1) : y = a_1x + b_1$.

$$(d_2) : y = a_2x + b_2.$$

a) (d_1) cắt $(d_2) \Leftrightarrow a_1 \neq a_2.$

b) $(d_1) // (d_2) \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = a_2 \\ b_1 \neq b_2 \end{cases}$

c) $(d_1) \equiv (d_2) \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = a_2 \\ b_1 = b_2 \end{cases}$

d) $(d_1) \perp (d_2) \Leftrightarrow a_1 \cdot a_2 = -1$

f) Điểm $A(x_A; y_A)$ thuộc đồ thị hàm số $y = f(x) \Leftrightarrow y_A = f(x_A).$

2. Hàm số: $y = ax^2$ ($a \neq 0$)

a) Tính chất :

*TXĐ : $\forall x \in \mathbb{R}.$

* Sự biến thiên :

- Nếu $a > 0$ hàm số đồng biến với mọi $x > 0$; nghịch biến với mọi $x < 0$.
- Nếu $a < 0$ hàm số đồng biến với mọi $x < 0$; nghịch biến với mọi $x > 0$.

b) Đặc điểm của giá trị hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$)

- Khi $a > 0$: Giá trị hàm số luôn > 0 với mọi x khác 0. $y = 0$ khi $x = 0 \Rightarrow 0$ là giá trị nhỏ nhất của hàm số đạt được khi $x = 0$.
- Khi $a < 0$: Giá trị hàm số luôn < 0 với mọi x khác 0. $y = 0$ khi $x = 0 \Rightarrow 0$ là giá trị lớn nhất của hàm số đạt được khi $x = 0$.

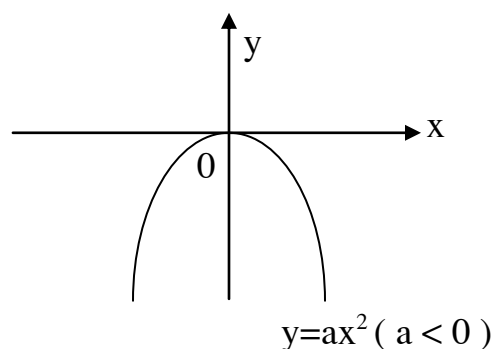
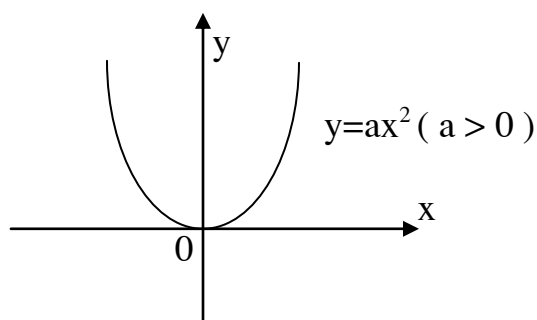
c) Đặc điểm của đồ thị hàm số : $y = ax^2$ ($a \neq 0$)

- Là đường cong (*Parabol*) đi qua gốc tọa độ nhận trục Oy là trục đối xứng.

* Nếu $a > 0$ đồ thị nằm phía trên trục hoành. O là điểm thấp nhất của đồ thị.

* Nếu $a < 0$ đồ thị nằm phía dưới trục hoành. O là điểm cao nhất của đồ thị.

Minh họa :



3. Điểm thuộc và không thuộc đồ thị hàm số.

*) Điểm thuộc đường thẳng.

- Điểm $A(x_A; y_A) \in (d): y = ax + b$ ($a \neq 0$) khi và chỉ khi $y_A = ax_A + b$
- Điểm $B(x_B; y_B) \in (d): y = ax + b$ ($a \neq 0$) khi và chỉ khi $y_B = ax_B + b$

*) Điểm thuộc Parabol : Cho (P) $y = ax^2$ ($a \neq 0$)

- Điểm $A(x_0; y_0) \in (P) \Leftrightarrow y_0 = ax_0^2.$
- Điểm $B(x_1; y_1) \notin (P) \Leftrightarrow y_1 \neq ax_1^2.$

4. T- ong giao của đ- ờng cong Parabol $y = ax^2$ ($a \neq 0$) và đ- ờng thẳng $y = bx + c$

-Toạ độ giao điểm (Nếu có) của Parabol (P): $y = ax^2$ ($a \neq 0$) và đ- ờng thẳng

(d) : $y = bx + c$ là nghiệm của hệ ph- ơng trình:
$$\begin{cases} y = ax^2 \\ y = bx + c \end{cases}$$

- Hay ph- ơng trình hoành độ giao điểm (nếu có) của (P) và (d) là nghiệm của ph- ơng trình : $ax^2 = bx + c$ (1) Vậy:

- + Đ- ờng thẳng (d) không cắt (P) \Leftrightarrow ph- ơng trình (1) vô nghiệm.
- + Đ- ờng thẳng (d) tiếp xúc với đ- ờng cong(P) \Leftrightarrow Ph- ơng trình (1) có nghiệm kép.
- + Đ- ờng thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt \Leftrightarrow ph- ơng trình (1) có hai nghiệm phân biệt

B.MỘT SỐ DẠNG BÀI TẬP THƯỜNG GẶP :

Dạng 1 : *Tìm giá trị của tham số để hàm số là hàm số bậc nhất, đồng biến, nghịch biến :*

1) Bài toán : Cho hàm số $y = ax + b$ (chứa tham số m) .Tìm m để hàm số $y = ax + b$ là hàm số bậc nhất,đồng biến ,nghịch biến ?

Ph- ơng pháp giải :

- Hàm số $y = ax + b$ là hàm số bậc nhất $\Leftrightarrow a \neq 0$
- Hàm số $y = ax + b$ đồng biến $\Leftrightarrow a > 0$
- Hàm số $y = ax + b$ nghịch biến $\Leftrightarrow a < 0$

2) Ví dụ :

Ví dụ 1 : (Đề thi tuyển sinh lớp 10 thpt, Năm học 2011-2012,Ngày thi : 01/7/2011)

Tìm giá trị của tham số m để hàm số bậc nhất $y = (m - 2)x + 3$ đồng biến trên \mathbf{R} .

Giải :

Hàm số $y = (m - 2)x + 3$ là hàm đồng biến $\Leftrightarrow m - 2 > 0 \Leftrightarrow m > 2$

Vậy với $m > 2$ thì hàm số đã cho đồng biến.

Ví dụ 2 : (Đề thi tuyển sinh lớp 10 thpt, Năm học 2009-2010,Ngày thi : 08/7/2009)

Hàm số $y = 2009x + 2010$ đồng biến hay nghịch biến trên \mathbf{R} ? vì sao?

Giải :

Vì hàm số có hệ số $a = 2009 > 0 \Rightarrow$ hàm số đã cho là hàm số đồng biến.

Ví dụ 3: (Đề thi tuyển sinh lớp 10 thpt, Năm học 2006-2007,Ngày thi : 17/6/2006)

Tìm m để hàm số $y = (2m-1)x + 3$ là hàm số bậc nhất.

Giải :

Hàm số $y = (2m - 1)x + 3$ là hàm bậc nhất $\Leftrightarrow 2m - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \frac{1}{2}$

Vậy với $m \neq \frac{1}{2}$ thì hàm số đã cho là hàm số bậc nhất.

Ví dụ 4 : Cho hàm số : $y = (m-3)x + 2$ (tham số m)

- a) Tìm m để hàm số đã cho là hàm bậc nhất ?
- b) Tìm m để hàm số đã cho đồng biến ?
- c) Tìm m để hàm số đã cho nghịch biến ?

Giải :

- a) Hàm số đã cho là hàm bậc nhất $\Leftrightarrow m-3 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 3$
- b) Hàm số đã cho đồng biến $\Leftrightarrow m - 3 > 0 \Leftrightarrow m > 3$
- c) Hàm số đã cho nghịch biến $\Leftrightarrow m - 3 < 0 \Leftrightarrow m < 3$

* KL : ...

Dạng 2 : Tính giá trị của hàm số:

1) Bài toán : Cho hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$) và $y = ax^2$ ($a \neq 0$)

Tính giá trị của hàm số tại $x = k$.

Ph- ơng pháp giải :

Thay $x = k$ vào hàm số để tìm y .

2) Ví dụ :

- a) Cho hàm số $y = x - 1$. Tại $x = 4$ thì y có giá trị bằng bao nhiêu (Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 năm 2009- 2010 , Ngày thi: 10/7/2009)
- b) Cho hàm số $f(x) = 2x^2$. Tính $f(1)$; $f(-2)$. (Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 ptth năm học 2010- 2011, Ngày 01/07/2010)

Giải:

- a) Thay $x = 4$ vào hàm số $y = x - 1$ ta đ- ợc $y = 4 - 1 = 3$. Vậy tại $x = 4$ thì y có giá trị bằng 3.
- b) Ta có $f(1) = 2.1^2 = 2$
 $f(-2) = 2.(-2)^2 = 2.4 = 8$.

Dạng 3 : Viết ph- ơng trình đ- ờng thẳng (xác định hàm số) $y = ax + b$ biết đ- ờng thẳng (đồ thị hàm số) thoả mãn các điều kiện cho tr- ớc :

- **Nhân xét :** Thực chất việc viết ph- ơng trình đ- ờng thẳng (xác định hàm số) $y = ax + b$ biết đ- ờng thẳng (đồ thị hàm số) thoả mãn các điều kiện cho tr- ớc chính là đi tìm a, b .

1) Bài toán : Xác định hàm số $y = ax + b$ biết :

- a) Hệ số góc a và đồ thị của nó đi qua $A(x_0 ; y_0)$
- b) Đồ thị của nó song song với đ- ờng thẳng $y = a'x + b'$ và đi qua $A(x_0 ; y_0)$
- c) Đồ thị của nó vuông góc với đ- ờng thẳng $y = a'x + b'$ và đi qua $A(x_0 ; y_0)$
- d) Đồ thị của nó đi qua $A(x_0 ; y_0)$ và $B(x_1 ; y_1)$
- e) Đồ thị của nó đi qua $A(x_0 ; y_0)$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng x_1

f) Đồ thị của nó đi qua $A(x_0; y_0)$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng y_1

Ph- ơng pháp giải :

- a) Thay hệ số góc vào hàm số , Vì đồ thị của nó đi qua $A(x_0; y_0)$ nên thay $x = x_0; y = y_0$ vào hàm số ta tìm đ- ợc b.
- b) Vì đồ thị hàm số $y = ax + b$ song song với đ- ờng thẳng $y = a'x + b'$ nên $a = a'$ thay $a = a'$ vào hàm số rồi làm tương tự phần b.
- c) Vì đồ thị hàm số $y = ax + b$ vuông với đ- ờng thẳng $y = a'x + b'$ nên ta có $a.a' = -1$ ta tìm đ- ợc $a = -\frac{1}{a'}$,thay $a = -\frac{1}{a'}$ vào hàm số rồi làm tương tự phần b.
- d) Vì đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua $A(x_0; y_0)$ và $B(x_1; y_1)$ nên ta có hệ ph- ơng trình :

$$\begin{cases} y_0 = ax_0 + b \\ y_1 = ax_1 + b \end{cases} \quad (1) ; \text{Giải hệ ph- ơng trình (1) ta tìm đ- ợc } a \text{ và } b.$$

e) Đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua $A(x_0; y_0)$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng x_1 tức là đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua $A(x_0; y_0)$ và $B(x_1; 0)$. Sau đó làm tương tự phần d.

f) Đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua $A(x_0; y_0)$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng y_1 tức là đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua $A(x_0; y_0)$ và $B(0; y_1)$.sau đó làm tương tự phần d.

2) Ví dụ :

Ví dụ 1: Xác định ph- ơng trình đ- ờng thẳng (d) biết:

- a) Đ- ờng thẳng (d) đi qua hai điểm $A(-1; 3)$ và $B(2; -4)$
- b) Đ- ờng thẳng (d) đi qua $M(-2; 5)$ và song song với đ- ờng thẳng:
- (d'): $y = -\frac{1}{2}x + 3$
- c) Đ- ờng thẳng (d) đi qua $N(-3; 4)$ và vuông góc với đ- ờng thẳng $y = 2x + 7$

Giải :

Gọi đ- ờng thẳng (d): $y = ax + b$ (a, b là các số)

a) Vì (d) đi qua hai điểm $A(-1; 3)$ và $B(2; -4)$

nên ta có:
$$\begin{cases} -a + b = 3 \\ 2a + b = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{7}{3} \\ b = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Vậy ph- ơng trình đ- ờng thẳng (d): $y = -\frac{7}{3}x + \frac{2}{3}$

b) Vì (d) song song với đường thẳng: (d'): $y = -\frac{1}{2}x + 3 \Rightarrow a = -\frac{7}{3}$

\Rightarrow (d): $y = -\frac{7}{3}x + b$ mà (d) đi qua M (-2; 5) nên ta có: $5 = \frac{14}{3} + b \Rightarrow b = \frac{1}{3}$

Vậy phương trình đường thẳng (d) : $y = -\frac{7}{3}x + \frac{1}{3}$

c) Đường thẳng (d) đi qua N (-3; 4) và vuông góc với đường thẳng $y = 2x + 7$ nên ta có: $a \cdot 2 = -1 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$ và $4 = \frac{3}{2} + b \Rightarrow b = \frac{5}{2}$

Vậy phương trình đường thẳng (d) : $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

Ví dụ 2 : Cho hàm số $y = (m^2 - 2)x + 3m + 2$ Tìm các giá trị của m biết:

a) Đồ thị (d) của hàm số song song với đường thẳng $y = 3x + 2$

b) Đồ thị (d) của hàm số vuông góc với đường thẳng $y = -3x - 2$

c) Đồ thị (d) đi qua điểm A (2; 3)

Giải

a) Vì đồ thị (d) của hàm số song song với đường thẳng $y = 3x + 2$

$$\text{Nên ta có: } \begin{cases} m^2 - 2 = 3 \\ 3m + 2 \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm\sqrt{5} \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{5}$$

Vậy $m = \pm\sqrt{5}$

b) Vì đồ thị (d) của hàm số vuông góc với đường thẳng : $y = -3x - 2$

$$\text{Nên ta có: } (m^2 - 2) \cdot (-3) = -1 \Leftrightarrow 3m^2 - 6 = 1 \Leftrightarrow m^2 = \frac{7}{3} \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{\frac{7}{3}}$$

Vậy $m = \pm\sqrt{\frac{7}{3}}$

c) Vì đồ thị (d) đi qua điểm A (2; 3) nên ta có :

$$3 = 2m^2 - 4 + 3m + 2$$

$$\Leftrightarrow 2m^2 + 3m - 5 = 0$$

Ta có $a + b + c = 0$ theo hệ quả định lý Viet phương trình có hai nghiệm :

$$m_1 = -1; m_2 = -\frac{5}{2} \text{ Vậy } m_1 = -1; m_2 = -\frac{5}{2}$$

Dạng 4: Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng, của đường thẳng và Parabol.

1) Bài toán 1 : Cho hai đường thẳng $y = ax + b$ (d) và $y = a'x + b'$ (d') (với $a \neq a'$).
Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (d').

Phương pháp giải :

- *Cách 1 :* Vẽ đồ thị hai hàm số $y = ax + b$ (d) và $y = a'x + b'$ (d') trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy, sau đó tìm tọa độ giao điểm (nếu có)

- *Cách 2 :* Hoành độ giao điểm của (d) và (d') là nghiệm của phương trình :

$$ax + b = a'x + b' \quad (1)$$

Giải phương trình (1) tìm $x = x_0$ sau đó thay $x = x_0$ tìm được vào (d) hoặc (d') tìm $y = y_0$. Tọa độ giao điểm là A (x_0 ; y_0)

- *Cách 3* : Toạ độ giao điểm của $y = ax + b$ (d) và $y = a'x + b'$ (d') là nghiệm của hệ phương trình :

$$\begin{cases} y = ax + b \\ y = a'x + b' \end{cases} \quad (2)$$

Giải hệ phương trình (2) tìm được $x = x_0$; $y = y_0$ Toạ độ giao điểm là A (x_0 ; y_0)

2) Bài toán 2:

Cho hai đường thẳng $y = ax + b$ (d) và parabol $y = ax^2$ (P). Tìm toạ độ giao điểm của (d) và (P).

Phương pháp giải :

Hoành độ giao điểm của (d) và (P) là nghiệm của phương trình :

$$ax + b = ax^2 \quad (1)$$

Giải phương trình (1) tìm x sau đó thay x tìm được vào (d) hoặc (P) tìm y tương ứng, Toạ độ giao điểm là A (x ; y).

3) Ví dụ :

Cho hai hàm số $y = x + 3$ (d) và hàm số $y = 2x + 1$ (d')

a) Vẽ đồ thị hai hàm số trên cùng một hệ trục toạ độ.

b) Tìm toạ độ giao điểm nếu có của hai đồ thị.

***Nhận xét :** Gặp dạng toán này học sinh thường vẽ đồ thị hai hàm số trên rồi tìm toạ độ giao điểm (x;y) tuy nhiên gặp những bài khi x và y không là số nguyên thì tìm toạ độ bằng đồ thị sẽ gặp khó khăn khi tìm chính xác giá trị của x; y

Giải:

a) Vẽ đồ thị hai hàm số (HS tự vẽ)

b) Hoành độ giao điểm là nghiệm của phương trình:

$$x + 3 = 2x + 1$$

$$\Leftrightarrow 2x - x = 3 - 1$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \text{ Thay } x = 2 \text{ vào } y = x + 3 \text{ ta được } y = 3 + 2 = 5$$

Vậy toạ độ giao điểm của (d) và (d') là A (2;5)

Dạng 5: Tìm điều kiện của tham số để 3 đường thẳng đồng quy :

1) Bài toán : Cho ba đường thẳng: $y = ax + b$ (d) ; $y = a'x + b'$ (d') và $y = a''x + b''$ (d'') Trong đó $y = a''x + b''$ chứa tham số m.

Phương pháp giải :

- Toạ độ giao điểm của (d) và (d') là nghiệm của hệ phương trình
$$\begin{cases} y = ax + b \\ y = a'x + b' \end{cases} \quad (1)$$

Giải hệ phương trình (1) tìm được $x = x_0$; $y = y_0$ Toạ độ giao điểm là $A(x_0; y_0)$

- Để 3 đường thẳng đã cho đồng quy thì (d'') phải đi qua $A(x_0; y_0)$.

- Thay $A(x_0; y_0)$ vào phương trình đường thẳng (d'') ta được phương trình ẩn m , giải phương trình tìm m .

- Kết luận :.....

2.Ví dụ : Cho 3 đường thẳng lần lượt có phương trình:

$$(d_1) \quad y = x + 1$$

$$(d_2) \quad y = -x + 3$$

$$(d_3) \quad y = (m^2 - 1)x + m^2 - 5 \quad (\text{với } m \neq \pm 1)$$

Xác định m để 3 đường thẳng (d_1) , (d_2) , (d_3) đồng quy.

Giải:

- Vì $1 \neq -1$ nên (d_1) và (d_2) cắt nhau. Hoành độ giao điểm A của (d_1) , (d_2) là nghiệm của phương trình: $-x + 3 = x + 1 \Leftrightarrow x = 1$

thay $x = 1$ vào $y = x + 1 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow A(1; 2)$ để 3 đường thẳng đồng quy thì (d_3) phải đi qua điểm A nên ta thay $x = 1$; $y = 2$ vào phương trình (d_3) ta có:

$$2 = (m^2 - 1)1 + m^2 - 5 \Leftrightarrow m^2 = 4 \Leftrightarrow m = \pm 2$$

Vậy với $m = 2$ hoặc $m = -2$ thì 3 đường thẳng (d_1) , (d_2) , (d_3) đồng quy.

Dạng 6: Tìm điều kiện để hai đường thẳng cắt nhau tại một điểm trên trục tung, cắt nhau tại một điểm trên trục hoành.

6.1: Điều kiện để hai đường thẳng cắt nhau tại một điểm trên trục tung.

Cho $(d_1): y = a_1x + b_1$ và $(d_2): y = a_2x + b_2$

Để (d_1) cắt (d_2) tại một điểm trên trục tung thì
$$\begin{cases} a_1 \neq a_2 & (1) \\ b_1 = b_2 & (2) \end{cases}$$

Giải (1)

Giải (2) và chọn những giá trị thoả mãn (1).

6.2: Điều kiện để hai đường thẳng cắt nhau tại một điểm trên trục hoành.

Cho $(d_1): y = a_1x + b_1$ và $(d_2): y = a_2x + b_2$

Để (d_1) cắt (d_2) tại một điểm trên trục hoành thì
$$\begin{cases} a_1 \neq a_2 & (1) \\ \frac{-b_1}{a_1} = \frac{-b_2}{a_2} & (2) \end{cases}$$

*** MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN HÀM BẬC HAI**

Bài toán 1: Cho (P): $y = ax^2$ ($a \neq 0$) và (d): $y = bx + c$. Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P).

Ph- ơng pháp giải :

Cách 1 : Dùng đồ thị ,vẽ đồ thị hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) và $y = bx + c$ trên cùng một mặt phẳng tọa độ .sau đó tìm tọa độ giao điểm .

Cách 2 : Dùng ph- ơng trình hoành độ :

-Hoành độ giao điểm nếu có của (P) và (d) nếu có là nghiệm của ph- ơng trình :

$$ax^2 = bx + c (*)$$

Giải ph- ơng trình (*) tìm nghiệm

- Lấy nghiệm đó thay vào 1 trong hai công thức $y = bx + c$ hoặc $y = ax^2$ để tìm tung độ giao điểm.

*** Chú ý:** Số nghiệm của phương trình (*) là số giao điểm của (d) và (P).

Bài toán 2: Cho (P): $y = ax^2$ ($a \neq 0$) và (d): $y = bx + c$. (chứa tham số m)

Tìm m để:

a) (d) và (P) cắt nhau \Leftrightarrow phương trình (V) có hai nghiệm phân biệt.

b) (d) và (P) tiếp xúc với nhau \Leftrightarrow phương trình (V) có nghiệm kép.

c) (d) và (P) không giao nhau \Leftrightarrow phương trình (V) vô nghiệm .

Ph- ơng pháp giải :

-Hoành độ giao điểm nếu có của (P) và (d) nếu có là nghiệm của ph- ơng trình :

$$ax^2 = bx + c (*)$$

a) (d) và (P) cắt nhau \Leftrightarrow phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt.

b) (d) và (P) tiếp xúc với nhau \Leftrightarrow phương trình (*) có nghiệm kép.

c) (d) và (P) không giao nhau \Leftrightarrow phương trình (*) vô nghiệm .

Bài tập áp dụng :

Bài 1: Trong các hàm số sau hàm số nào là hàm số bậc nhất? Xác định a, b và tính đồng biến, nghịch biến của hàm số đó.

1) $y = 2 - 0,3x$ 2) $y = 3 - 2x^2$ 3) $y = \sqrt{2}(x - \sqrt{2})$ 4) $y = -2,5x$

5) $y = (\sqrt{2} - 1)x + 3$ 6) $y + \sqrt{5} = x - \sqrt{3}$

Bài 2: Tìm ĐK của tham số để một hàm số là hàm số bậc nhất.

$$1)y = (m - 3)x + 5$$

$$2)y = (2 - 4m)x - 1$$

$$3)y = (1 - 2m)x + \frac{1}{2}$$

$$4)y = mx - \sqrt{2}x + 3$$

$$5)y = \sqrt{7-m}(x - 1)$$

$$6)y = \frac{m+2}{m-2}x - 100$$

Bài 3: Cho hàm số $y = (m + 1)x - 5$; $y = (6 - 2m)x + 2$

- a) Tìm m để hàm số đồng biến.
- b) Tìm m để hàm số nghịch biến.

Bài 5: Cho hàm số : $y = (m - 1)x + m$ (d)

- a) Tìm m để hàm số đồng biến, nghịch biến ?
- b) Tìm m để đồ thị hàm số song song với trục hoành.
- c) Tìm m để đồ thị hàm số đi qua điểm A(- 1 ; 1)
- d) Tìm m để đồ thị hàm số song song với đường thẳng có phương trình: $x - 2y = 1$
- e) Tìm m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm A có hoành độ bằng 3.

Bài 6: Cho hàm số: $y = ax - 3$. Hãy xác định giá trị của a để:

- a) Đồ thị hàm số song song với đường thẳng $y = - 2x$.
- b) Khi $x = 4$ thì hàm số có giá trị bằng 1.
- c) Đồ thị hàm số đi qua điểm A(1;2)

Bài 7:

- a) Lập phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm A(1;3) và song song với đường thẳng $y = x$.
- b) Lập phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm A(1;2) và B(2;3).

Bài 8: Cho hàm số: $y = -x + m$. Hãy xác định m biết:

- a) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3.
- b) Đồ thị hàm số đi qua điểm A(-1;2).
- c) Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -1.

Bài 9 : Cho hàm số $y = (m - 1)x + m$.

- a) Tìm m để đồ thị hàm số cắt đồ thị $y = mx + 3$?
- b) Tìm m để đồ thị hàm số vuông góc với đồ thị $y = -mx + 1$?

Bài 10 : Cho parabol (P) : $y = -\frac{1}{2}x^2$

- a) Vẽ parabol (P).
- b) Lập phương trình đường thẳng (d) đi qua A(-2; -2) và tiếp xúc với (P).

Bài 11: Cho parabol (P): $y = -x^2$ và đường thẳng (d); $y = 2x + m$

- a) Vẽ parabol (P).
- b) Tìm giao điểm của (P) và (d) khi $m = -15$.
- c) Xác định m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt? (d) tiếp xúc với (P)?
- d) Xác định m để (d) cắt (P) tại điểm có hoành độ bằng - 3.

Bài 12*: Cho Parabol (P) $y = \frac{x^2}{2}$. xác định điểm M trên (P) sao cho khoảng cách từ A đến gốc tọa độ là $\sqrt{3}$.

*** CHUYÊN ĐỀ 3:**

HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN :

Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn.

1. Khái niệm hệ phương trình bậc nhất hai ẩn.

- Cho hai ph-ong trình bậc nhất hai ẩn $ax + by = c$ và $a'x + b'y = c'$. Khi đó ta có hệ hai ph-ong trình bậc nhất hai ẩn
$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases} \quad (I)$$

2. Nghiệm của hệ ph-ong trình.

- Nếu hai ph-ong trình ấy có nghiệm chung $(x_0; y_0)$ thì $(x_0; y_0)$ đ-ợc gọi là một nghiệm của hệ ph-ong trình (I). Nếu hai ph-ong trình không có nghiệm chung thì ta nói hệ ph-ong trình (I) vô nghiệm.

- Chú ý : Nếu một trong hai ph-ong trình của hệ vô nghiệm thì hệ vô nghiệm.

3. Định nghĩa về giải hệ ph-ong trình:

- Giải hệ ph-ong trình là tìm tất cả các nghiệm (tìm tập nghiệm) của nó.

4. Định nghĩa hệ ph-ong trình t-ong đ-ong.

- Hai hệ ph-ong trình gọi là t-ong đ-ong với nhau nếu chúng có cùng tập nghiệm.

5. Các ph-ong pháp giải hệ ph-ong trình bậc nhất hai ẩn th-ờng dùng :

- Ph-ong pháp thế
- ph-ong pháp cộng đại số
- ph-ong pháp đặt ẩn phụ

* Giải hệ ph-ong trình bằng ph-ong pháp thế.

a. Qui tắc thế (SGK toán 9 tập 2, trang 16)

b. Tóm tắt cách giải hệ ph-ong trình bằng ph-ong pháp thế.

1) Dùng qui tắc thế biến đổi hệ ph-ong trình đã cho để đ-ợc một hệ ph-ong trình mới, trong đó có một ph-ong trình một ẩn.

2) Giải ph-ong trình một ẩn vừa có, rồi suy ra nghiệm của hệ ph-ong trình đã cho.

* Giải hệ ph-ong trình bằng ph-ong pháp cộng đại số.

a. Qui tắc cộng đại số: (SGK toán 9 tập 2, trang 16)

b. Tóm tắt cách giải hệ ph-ong trình bằng ph-ong pháp cộng đại số.

1) Nhân hai vế của mỗi ph-ong trình với một số thích hợp (nếu cần) sao cho các hệ số của một ẩn nào đó trong hai ph-ong trình của hệ bằng nhau hoặc đối nhau.

2) áp dụng qui tắc cộng đại số để đ-ợc hệ ph-ong trình mới, trong đó có một ph-ong trình một ẩn.

3) Giải ph-ong trình một ẩn vừa có, rồi suy ra nghiệm của hệ ph-ong trình đã cho.

6. Giải hệ ph-ong trình gồm một ph-ong trình bậc nhất và một ph-ong trình bậc hai hai ẩn.

Th-ờng dùng ph-ong pháp thế.

7. Một số bài toán liên quan đến hệ ph-ong trình chứa tham số :

Bài toán : Cho hệ ph-ong trình
$$\begin{cases} ax + by = c(1) \\ a'x + b'y = c'(2) \end{cases} \quad (I)$$

a/ Chứng minh hệ luôn có nghiệm

b/ Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất

c/ Tìm m để hệ vô nghiệm

d/ Tìm m để hệ có nghiệm thỏa mãn điều kiện cho trước.

Phương pháp giải :

***Cách 1:**

a/ Rút x (hoặc y) từ (1) (hoặc (2)) thế vào phương trình còn lại ,ta đưa về phương trình (3) là phương trình bậc nhất 1 ẩn.Ta chứng minh phương trình (3) luôn có nghiệm.

b/ Rút x (hoặc y) từ (1) (hoặc (2)) thế vào phương trình còn lại ,ta đưa về phương trình (3) là phương trình bậc nhất 1 ẩn.

Hệ (I) có nghiệm duy nhất \Leftrightarrow phương trình (3) có nghiệm duy nhất.

c/ Rút x (hoặc y) từ (1) (hoặc (2)) thế vào phương trình còn lại ,ta đưa về phương trình (3) là phương trình bậc nhất 1 ẩn.

Hệ (I) vô nghiệm \Leftrightarrow phương trình (3) vô nghiệm.

d/ Dựa vào điều kiện của đề bài ta có phương pháp giải phù hợp.

***Cách 2:** (Dựa vào vị trí tương đối của hai đường thẳng)

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases} \quad (a, b, c, a', b', c' \text{ khác } 0)$$

$$+ \text{ Hệ có vô số nghiệm nếu } \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$

$$+ \text{ Hệ vô nghiệm nếu } \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$$

$$+ \text{ Hệ có một nghiệm duy nhất nếu } \frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$$

B.MỘT SỐ VÍ DỤ :

Dạng 1: Giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn.

Bài 1: Giải các HPT sau:

a.
$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 3x + y = 7 \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} 2x + 3y = -2 \\ 5x + 2y = 6 \end{cases}$$

Giải:

a. Dùng PP thế:
$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 3x + y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 3 \\ 3x + 2x - 3 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 3 \\ 5x = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \cdot 2 - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy HPT đã cho có nghiệm là:
$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Dùng PP cộng:
$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 3x + y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = 3 \\ 5x = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 3 \cdot 2 + y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy HPT đã cho có nghiệm là: $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$

-Nhận xét : Để giải loại HPT này ta thường sử dụng PP cộng cho thuận lợi.

$$\begin{cases} 2x + 3y = -2 \\ 5x + 2y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x + 15y = -10 \\ 10x + 4y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11y = -22 \\ 5x + 2y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -2 \\ 5x + 2.(-2) = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -2 \end{cases}$$

Vậy HPT có nghiệm là $\begin{cases} x = 2 \\ y = -2 \end{cases}$

Bài 2 :

a) $\begin{cases} 2x + 3y = 13 \\ x - 2y = -4 \end{cases}$ (Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT năm học 2011-2012, Ngày thi : 01/7/2011)

b) $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 3x + y = 2 \end{cases}$ (Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT năm học 2010-2011, Ngày thi : 01/7/2010)

c) $\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 3 \end{cases}$ (Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT năm học 2009-2010, Ngày thi : 10/7/2009)

Giải:

a) $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 13 \\ 2x - 4y = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7y = 21 \\ 2x - 2.3 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ 2x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow$

Vậy hệ ph-ơng trình đã cho có nghiệm $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 3x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 5 \\ 3x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 3.1 + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$

Vậy hệ ph-ơng trình đã cho có nghiệm $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 8 \\ x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ 4 + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}$

Vậy hệ ph-ơng trình đã cho có nghiệm $\begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}$

Bài 2 : Giải các hệ ph-ơng trình sau :

a/ $\begin{cases} \frac{2}{x+1} + \frac{3}{y} = -1 \\ \frac{2}{x+1} + \frac{5}{y} = -1 \end{cases}$

+ Cách 1: Sử dụng PP cộng. ĐK: $x \neq -1, y \neq 0$.

$$\begin{cases} \frac{2}{x+1} + \frac{3}{y} = -1 \\ \frac{2}{x+1} + \frac{5}{y} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{y} = 2 \\ \frac{2}{x+1} + \frac{5}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ \frac{2}{x+1} + \frac{5}{1} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ \frac{2}{x+1} = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 = -\frac{1}{2} \\ y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{2} \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy HPT có nghiệm là $\begin{cases} x = -\frac{3}{2} \\ y = 1 \end{cases}$

+ Cách 2: Sử dụng PP đặt ẩn phụ. ĐK: $x \neq -1, y \neq 0$.

Đặt $\frac{1}{x+1} = a$; $\frac{1}{y} = b$. HPT đã cho trở thành:

$$\begin{cases} 2a+3b=-1 \\ 2a+5b=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+5b=1 \\ 2b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+5.1=1 \\ b=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-2 \\ b=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x+1} = -2 \\ \frac{1}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{2} \\ y = 1 \end{cases} \text{ (TMĐK)}$$

Vậy HPT có nghiệm là $\begin{cases} x = -\frac{3}{2} \\ y = 1 \end{cases}$

***L- u ý:** - Nhiều em còn thiếu ĐK cho những HPT ở dạng này.
- Có thể thử lại nghiệm của HPT vừa giải.

b/ $\begin{cases} \frac{x+y}{3} + \frac{2}{3} = 3 \\ \frac{4x-y}{6} + \frac{x}{4} = 1. \end{cases} \quad \text{(I)}$

H- óng dẫn:

$$\text{(I)} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=7 \\ 11x-2y=12 \end{cases}$$

Hệ ph-ong trình (I) có tập hợp nghiệm là $S = \{(x; y) = (2; 5)\}$.

c/ $\begin{cases} (x+5)(y-2) = (x+2)(y-1) \\ (x-4)(y+7) = (x-3)(y+4) \end{cases}$

Giải:

$$\begin{cases} (x+5)(y-2) = (x+2)(y-1) \\ (x-4)(y+7) = (x-3)(y+4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy-2x+5y-10 = xy-x+2y-2 \\ xy+7x-4y-28 = xy+4x-3y-12 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x+3y=8 \\ 3x-y=16 \end{cases} \text{ (HS tự giải tiếp)}$$

Dạng 2: Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn chứa tham số.

Bài 1: Tìm m sao cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} mx + y = 3 \\ x + my = 3 \end{cases} \quad (I)$$

- a) Vô nghiệm.
- b) Có nghiệm duy nhất.

Hướng dẫn:

a/ (I) $\Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 - mx \\ (1 - m^2)x = 3 - 3m (*) \end{cases}$

(I) vô nghiệm khi và chỉ khi (*) vô nghiệm $\Leftrightarrow m = -1$.

b/ Hệ phương trình có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi $m \neq \pm 1$.

Bài 2: Tìm m sao cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} mx + y = 3 \\ 4x + my = -1 \end{cases} \quad (I)$$

- a) Vô nghiệm.
- b) Có nghiệm duy nhất.

Hướng dẫn:

a/ (I) $\Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 - mx \\ (4 - m^2)x = 1 - 3m (*) \end{cases}$

(I) vô nghiệm khi và chỉ khi (*) vô nghiệm $\Leftrightarrow m = 2$ hoặc $m = -2$.

b/ Hệ phương trình có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi $m \neq \pm 2$.

Dạng 3. Giải hệ phương trình có phương trình bậc hai hai ẩn.

Bài 1: Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

Hướng dẫn:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x+y)^2 - 2xy = 5 \\ x+y = 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 3 \\ xy = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

Kết luận: Hệ phương trình có 2 nghiệm: $(x;y) = (1; 2)$; $(x;y) = (2; 1)$

Bài 2: Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y - 2xy = -17 \\ xy - 12 = 0 \end{cases} \quad (I)$$

H- ướng dẫn:

Hệ phương trình (I) có tập hợp nghiệm là $S = \{(3; 4); (4; 3)\}$.

Bài tập áp dụng :

Bài 1: Giải hệ phương trình:

$$a, \begin{cases} 4x + 3y = -4 \\ 6x + 5y = -7 \end{cases} \quad b, \begin{cases} 12x + 16y + 1 = 0 \\ 3x + 4y + 2 = 0 \end{cases} \quad c, \begin{cases} 5x + 6y = 27 \\ 7x - 3y = 15 \end{cases}$$

Bài 2: Giải hệ phương trình:

$$a, \begin{cases} x + 2y = 11 \\ 5x - 3y = 3 \end{cases} \quad b, \begin{cases} 3x - y = 5 \\ 5x + 2y = 23 \end{cases} \quad c, \begin{cases} \frac{5x-1}{5y-2} = \frac{1}{2} \\ 5(x+3) - 7(y+1) = -1 \end{cases}$$

Bài 3: Giải hệ phương trình:

$$\begin{array}{lll} a) \begin{cases} 1-3y = 2(x-2) \\ 1-3x = 3y-2 \end{cases} & b) \begin{cases} 7(2x+y) - 5(3x+y) = 6 \\ 3(x+2y) - 2(x+3y) = -6 \end{cases} & c) \begin{cases} 3x-y-5 = 0 \\ x+y-3 = 0 \end{cases} \\ d) \begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 5 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1 \end{cases} & e) \begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y-4}{2} = \frac{y+2}{6} \\ \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} \end{cases} & f) \begin{cases} 0,2x-3y = 2 \\ x-15y = 10 \end{cases} \\ g) \begin{cases} (x+5)(y-2) = (x+2)(y-1) \\ (x-4)(y+7) = (x-3)(y+4) \end{cases} & h) \begin{cases} 2x+y = 4 \\ 3x-y = 1 \end{cases} & k) \begin{cases} x = 3-2y \\ 2x+4y = 2007 \end{cases} \\ l) \begin{cases} x-y = 1 \\ 3x+2y = 3 \end{cases} & m) \begin{cases} x+2y = 5 \\ 3x-y = 1 \end{cases} & p) \begin{cases} 3x-y = 2 \\ -3y+9x = 6 \end{cases} ; \\ q) \begin{cases} x - \frac{y}{2} = 5 \\ 2x-y = 6 \end{cases} & t) \begin{cases} 2x+3y = 6 \\ \frac{5}{3}x + \frac{5}{2}y = 5 \end{cases} & v) \begin{cases} 2x+y = 5 \\ \frac{3}{2}x + \frac{3}{4}y = \frac{15}{2} \end{cases} \end{array}$$

Bài 4: Giải hệ phương trình:

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{1}{x+y} - \frac{2}{x-y} = 2 \\ \frac{5}{x+y} - \frac{4}{x-y} = 3 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 4x^2 + y^2 = 13 \\ 2x^2 - y^2 = -7 \end{cases}$$

Bài 5: Cho hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 1 \\ ax + 2y = a \end{cases}$

- Giải hệ phương trình với $a = 3$.
- Tìm điều kiện của a để hệ phương trình có một nghiệm ? có vô số nghiệm.

Bài 6: Cho hệ phương trình : $\begin{cases} 6x + ay = b \\ 2ax - by = 3 \end{cases}$

- Giải hệ phương trình với $a = b = 1$.
- Tìm a, b để hệ phương trình có nghiệm là $(x=1; y=0)$.

Bài 7: Cho hệ phương trình : $\begin{cases} x - y = 1 \\ mx + y = m \end{cases}$

- Giải hệ phương trình với $m = 1$.
 - Tìm m để hệ phương trình có nghiệm là $(x = 2; y = 1)$.
 - Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất.
- Giải hệ khi $a=3; b=-2$
 - Tìm $a; b$ để hệ có nghiệm là $(x; y) = (\sqrt{2}; \sqrt{3})$

Bài 8: Giải các hệ phương trình sau :

$$\text{a. } \begin{cases} x + 2y = 4 \\ x^2 + 4y^2 = 8 \end{cases} \quad \text{b. } \begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{13}{6} \\ x + y = 5 \end{cases} \quad \text{c. } \begin{cases} x\sqrt{x} + y\sqrt{y} = 6 \\ x^2y + xy^2 = 20 \end{cases} \quad \text{d. } \begin{cases} x + y + xy = 5 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$$
