

TÀI LIỆU MÔN TOÁN 11 ĐẠI SỐ

1 các công thức lượng giác cơ bản:

$$\begin{aligned} * \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ * 1 + \tan^2 \alpha &= \frac{1}{\cos^2 \alpha}, \quad \alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}. \\ * 1 + \cot^2 \alpha &= \frac{1}{\sin^2 \alpha}, \quad \alpha \neq k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ * \tan \alpha \cdot \cot \alpha &= 1, \quad \alpha \neq k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

2. Giá trị lượng giác 2 cung đối nhau:

$$\begin{aligned} * \cos(-\alpha) &= \cos \alpha & * \sin(-\alpha) &= -\sin \alpha \\ * \tan(-\alpha) &= -\tan \alpha & * \cot(-\alpha) &= -\cot \alpha \end{aligned}$$

3. Giá trị lượng giác cung bù nhau:

$$\begin{aligned} * \sin(\pi - \alpha) &= \sin \alpha & * \cos(\pi - \alpha) &= -\cos \alpha \\ * \tan(\pi - \alpha) &= -\tan \alpha & * \cot(\pi - \alpha) &= -\cot \alpha \end{aligned}$$

4. Giá trị lượng giác cung hơn kém π :

$$\begin{aligned} * \sin(\alpha + \pi) &= -\sin \alpha & * \cos(\alpha + \pi) &= -\cos \alpha \\ * \tan(\alpha + \pi) &= \tan \alpha & * \cot(\alpha + \pi) &= \cot \alpha \end{aligned}$$

5. Giá trị lượng giác của cung phụ nhau:

$$\begin{aligned} * \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) &= \cos \alpha & * \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) &= \sin \alpha \\ * \tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) &= \cot \alpha & * \cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) &= \tan \alpha \end{aligned}$$

6. Giá trị lượng giác cung kém $\frac{\pi}{2}$

$$\begin{aligned} \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) &= \cos \alpha & \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) &= -\sin \alpha \\ \tan\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) &= -\cot \alpha & \cot\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) &= -\tan \alpha \end{aligned}$$

7. Công thức cộng:

$$\begin{aligned} * \cos(a - b) &= \cos a \cos b + \sin a \sin b \\ * \cos(a + b) &= \cos a \cos b - \sin a \sin b \\ * \sin(a - b) &= \sin a \cos b - \cos a \sin b \\ * \sin(a + b) &= \sin a \cos b + \cos a \sin b \\ * \tan(a \pm b) &= \frac{\tan a \pm \tan b}{1 \mp \tan a \cdot \tan b} \end{aligned}$$

8. Công thức nhân 2 và nhân 3:

$$\begin{aligned} * \cos 2a &= \cos^2 a - \sin^2 a & * \sin 2a &= 2 \sin a \cdot \cos a \\ &= 2 \cos^2 a - 1 & * \tan 2a &= \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a} \\ &= 1 - 2 \sin^2 a \end{aligned}$$

$$* \cos 3a = 4 \cos^3 a - 3 \cos a$$

$$* \sin 3a = 3 \sin a - 4 \sin^3 a$$

9. Công thức hạ bậc:

$$* \cos^2 a = \frac{1 + \cos 2a}{2} \quad * \sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2}$$

10. công thức nhân:

$$* \cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a + b) + \cos(a - b)]$$

$$* \sin a \sin b = -\frac{1}{2} [\cos(a + b) - \cos(a - b)]$$

$$* \sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a + b) + \sin(a - b)]$$

11. công thức cộng:

$$* \cos u + \cos v = 2 \cos \frac{u + v}{2} \cos \frac{u - v}{2}$$

$$* \cos u - \cos v = -2 \sin \frac{u + v}{2} \sin \frac{u - v}{2}$$

$$* \sin u + \sin v = 2 \sin \frac{u + v}{2} \cos \frac{u - v}{2}$$

$$* \sin u - \sin v = 2 \cos \frac{u + v}{2} \sin \frac{u - v}{2}$$

12. Bảng giá trị lượng giác:

Cung	0(rad)	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
	0°	30°	45°	60°	90°
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tang	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	
cotg		$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

13 Phương trình lượng giác cơ bản :

$$\bullet \sin x = a \quad (1)$$

nếu a là 1 nghiệm của (1), nghĩa là $\sin \alpha = a$

$$(1) \Leftrightarrow \sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

• **cosx = a** (2)

neáu α laø1 nghiẽm cuõa (2),nghĩa laø $\cos \alpha = a$ thì
(2) $\Leftrightarrow \cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow x = \pm \alpha + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

• **tanx = a** (3)

neáu α laø1 nghiẽm cuõa (3),nghĩa laø $\tan \alpha = a$ thì
(3) $\Leftrightarrow \tan x = \tan \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

• **cotx = a** (4)

neáu α laø1 nghiẽm cuõa (4),nghĩa laø $\cot \alpha = a$ thì
(4) $\Leftrightarrow \cot x = \cot \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Chuò yù: $\sin x = a, \cos x = a$ coù nghiẽm khi $|a| \leq 1$
 $\tan x = a, \cot x = a$ coù nghiẽm vòuì $\forall a$

Gv:Phan Văn Thành-THPT Lê Hồng Phong-B.Hòa

$$* a \sin x \pm b \cos x = c \Leftrightarrow \sqrt{a^2 + b^2} \sin(x \pm \alpha) = c$$

$$* a \cos x \pm b \sin x = c \Leftrightarrow \sqrt{a^2 + b^2} \cos(x \mp \alpha) = c$$

(cos nhó ðoái ðaáu)

$$\left(\text{Vòì } \cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \sin \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right)$$

Cả hai PT trên muón tìm α bắm shif $\cos \sqrt{a^2 + b^2}$
Chuò yù : Các PT trên coù nghiẽm $\Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq c^2$

15. PT thuaàn nhaátbaác hai ñoái vòuì sinx và cosx

Đaìng: $a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = d$ (6)

Càùch giaùì:

B1:thoừ vòuì $\cos x = 0$ coù thoa (6) khoâng?

B2:Chia 2 veá cuõa (6) cho $\cos^2 x \neq 0$ ta ñoóic pt:

$$a \tan^2 x + b \tan x + c = \frac{d}{\cos^2 x}$$

$$\Leftrightarrow a \tan^2 x + b \tan x + c = d(1 + \tan^2 x)$$

$$\Leftrightarrow (a-d)\tan^2 x + b \tan x + c - d = 0 \text{ đây là ptb2 ðã biế}$$

16. Phương trình ðoái xứng ðoái vòuì sinx và cosx

Đạng : $a(\sin x + b \cos x) + b \sin x \cos x = c$ (7)

Cách giải: ðặt $t = \sin x + \cos x$ ðk : $|t| \leq \sqrt{2}$

Khi ðó $\sin x \cos x = \frac{t^2 - 1}{2}$ thay vào (7) ta ðược pt:

$$at^2 + b \frac{t^2 - 1}{2} = c \text{ đây là pt bậc hai ðã biế}$$

17. Qui tắc công: Một công việc ðược hoàn thành bởi 1 trong 2 hành ðộng. Nếu HĐ1 có m cách thực hiện, HĐ2 có n cách thực hiện không trùng vòì bký cách nào của HĐ1 thì công việc ðó có m+n cách thực hiện

18. Qui tắc nhân: Một công việc ðược hoàn thành bởi 2 hành ðộng liên tiếp. Nếu có m cách thực hiện HĐ1, Và ứng vòì mỗi cách ðó có n cách thực hiện HĐ2 thì có m.n cách hoàn thành công việc.

Chú ý: Các qui tắc trên có thể mở rộng cho nhiều HĐ.

19. Hoán vị: Kết quả của sự sắp xếp n phần tử của A theo một thứ tự nào ðó ðgl một hoán vị của tập A.

Số hoán vị của A kí hiệu: P_n ta có:

$$P_n = n.(n-1).(n-2) \dots 2.1 = n!$$

20. Chính hợp: Kết quả việc lấy k phần tử của A

$(C)' = 0$ (C: hàng soá) $(x)' = 1$ $(C.x)' = C$	Vòì u là một hàm số
$(x^n)' = n.x^{n-1}$	$(u^n)' = n.u^{n-1}.u'$
$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2} \quad (x \neq 0)$	$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$
$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad (x > 0)$	$(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$
$(\sin x)' = \cos x$	$(\sin u)' = u' \cos u$
$(\cos x)' = -\sin x$	$(\cos u)' = -u' \sin u$
$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$
$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$	$(\cot u)' = -\frac{u'}{\sin^2 u}$
Đạo hàm tổng ,Hiệu,Tích và Thương	
$* (u \pm v)' = u' \pm v'$	$* (u.v)' = u'.v + u.v'$
$* \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'.v - u.v'}{v^2}$	$* (k.u)' = k.u'$ (k là hằng số)
$* \text{PTTT của ðồ thị } h_s : y=f(x) \text{ tại ðiểm } M(x_0; y_0):$ $y = y'(x_0).(x - x_0) + y_0$	

$(1 \leq k \leq n)$ Và xếp theo một thứ tự nào ðó ðược gọi là một chính hợp chập k của n phần tử.

Số các chính hợp chập k của n p.tử kí hiệu: A_n^k ta có :

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

21. Tổ hợp: Một tập con gồm k p.tử của A

$(1 \leq k \leq n)$ ðược gọi là một tổ hợp chập k của n p.tử.

Số các tổ hợp chập k của n phần tử kí hiệu: C_n^k ta có :

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Tính chất:

$$C_n^k = C_n^{n-k}$$

$$C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k = C_n^k$$

22. Công thức nhị thức Niu-Ton

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + \dots + C_n^k a^{n-k} b^k + \dots + C_n^n b^n$$

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} b^k$$

23. Bảng công thức đạo hàm

24. Biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến:

Trong mp oxy cho điểm $M(x;y)$, $M'(x';y')$ và $\vec{v}(a;b)$

$$T_{\vec{v}}(M) = M' \Leftrightarrow \begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases}$$

25. Biểu thức tọa độ của phép Đối xứng trục:

- Trong mp oxy cho điểm $M(x;y)$ gọi $M'(x';y') = D_d(M)$

* Nếu chọn d là trục ox, thì $\Leftrightarrow \begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases}$

* Nếu chọn d là trục oy, thì $\Leftrightarrow \begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases}$

26. Biểu thức tọa độ của phép Đối tâm:

- Trong mp oxy cho điểm $M(x;y)$, $I(a;b)$ gọi

$$M' = D_I(M) = (x';y'), \text{ khi đó } \begin{cases} x' = 2a - x \\ y' = 2b - y \end{cases}$$

* Nếu chọn I là gốc tọa độ $O(0;0)$ thì:

$$M' = D_O(M) = (x';y'), \text{ khi đó } \begin{cases} x' = -x \\ y' = -y \end{cases}$$

Gv: Phan Văn Thành - THPT Lê Hồng Phong - Biên Hòa