

ĐỀ SỐ 1

Bài 1:

Cho $x = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$; $y = \frac{a^2 - (b-c)^2}{(b+c)^2 - a^2}$

Tính giá trị $P = x + y + xy$

Bài 2:

Giải phương trình:

a, $\frac{1}{a+b-x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{x}$ (x là ẩn số)

b, $\frac{(b-c)(1+a)^2}{x+a^2} + \frac{(c-a)(1+b)^2}{x+b^2} + \frac{(a-b)(1+c)^2}{x+c^2} = 0$

(a,b,c là hằng số và đôi một khác nhau)

Bài 3:

Xác định các số a, b biết:

$$\frac{(3x+1)}{(x+1)^3} = \frac{a}{(x+1)^3} + \frac{b}{(x+1)^2}$$

Bài 4: Chứng minh phương trình:

$2x^2 - 4y = 10$ không có nghiệm nguyên.

Bài 5:

Cho $\triangle ABC$; $AB = 3AC$

Tính tỷ số đường cao xuất phát từ B và C

ĐỀ SỐ 8

Bài 1:

Cho $x = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$; $y = \frac{a^2 - (b-c)^2}{(b+c)^2 - a^2}$

Tính giá trị $P = x + y + xy$

Bài 2:

Giải phương trình:

a, $\frac{1}{a+b-x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{x}$ (x là ẩn số)

b, $\frac{(b-c)(1+a)^2}{x+a^2} + \frac{(c-a)(1+b)^2}{x+b^2} + \frac{(a-b)(1+c)^2}{x+c^2} = 0$

(a,b,c là hằng số và đôi một khác nhau)

Bài 3:

Xác định các số a, b biết:

$$\frac{(3x+1)}{(x+1)^3} = \frac{a}{(x+1)^3} + \frac{b}{(x+1)^2}$$

Bài 4: Chứng minh phương trình:

$2x^2 - 4y = 10$ không có nghiệm nguyên.

Bài 5:

Cho $\triangle ABC$; $AB = 3AC$

Tính tỷ số đường cao xuất phát từ B và C

ĐỀ SỐ 8

Bài 1:

Cho $x = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$; $y = \frac{a^2 - (b-c)^2}{(b+c)^2 - a^2}$

Tính giá trị $P = x + y + xy$

Bài 2:

Giải phương trình:

a, $\frac{1}{a+b-x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{x}$ (x là ẩn số)

b, $\frac{(b-c)(1+a)^2}{x+a^2} + \frac{(c-a)(1+b)^2}{x+b^2} + \frac{(a-b)(1+c)^2}{x+c^2} = 0$

(a,b,c là hằng số và đôi một khác nhau)

Bài 3:

Xác định các số a, b biết:

$$\frac{(3x+1)}{(x+1)^3} = \frac{a}{(x+1)^3} + \frac{b}{(x+1)^2}$$

Bài 4: Chứng minh phương trình:

$2x^2 - 4y = 10$ không có nghiệm nguyên.

Bài 5:

Cho $\triangle ABC$; $AB = 3AC$

Tính tỷ số đường cao xuất phát từ B và C

ĐỀ SỐ 9

Bài 1: (2 điểm)

Cho biểu thức: $A = \left[\frac{2}{(x+1)^3} \left(\frac{1}{x} + 1 \right) + \frac{1}{x^2 + 2x + 1} \left(\frac{1}{x^2} + 1 \right) \right] : \frac{x-1}{x^3}$

a/ Thu gọn A

b/ Tìm các giá trị của x để $A < 1$

c/ Tìm các giá trị nguyên của x để A có giá trị nguyên

Bài 2: (2 điểm)

a/ Phân tích đa thức sau thành nhân tử (với hệ số là các số nguyên):

$$x^2 + 2xy + 7x + 7y + y^2 + 10$$

b/ Biết $xy = 11$ và $x^2y + xy^2 + x + y = 2010$. Hãy tính $x^2 + y^2$

Bài 3 (1,5 điểm):

Cho đa thức $P(x) = x^2 + bx + c$, trong đó b và c là các số nguyên. Biết rằng đa thức $x^4 + 6x^2 + 25$ và $3x^4 + 4x^2 + 28x + 5$ đều chia hết cho $P(x)$. Tính $P(1)$

Bài 4 (3,5 điểm):

Cho hình chữ nhật có $AB = 2AD$, gọi E, I lần lượt là trung điểm của AB và CD. Nối D với E. Vẽ tia Dx vuông góc với DE, tia Dx cắt tia đối của tia CB tại M. Trên tia đối của tia CE lấy điểm K sao cho $DM = EK$. Gọi G là giao điểm của DK và EM.

a/ Tính số đo góc DBK.

b/ Gọi F là chân đường vuông góc hạ từ K xuống BM. Chứng minh bốn điểm A, I, G, H cùng nằm trên một đường thẳng.

Bài 5 (1 điểm):

Chứng minh rằng: Nếu ba số tự nhiên m, m+k, m+ 2k đều là các số nguyên tố lớn hơn 3, thì k chia hết cho 6.

ĐỀ SỐ 2

Bài 1: (3 điểm)

$$\text{Cho biểu thức } A = \left(\frac{1}{3} + \frac{3}{x^2 - 3x} \right) : \left(\frac{x^2}{27 - 3x^2} + \frac{1}{x + 3} \right)$$

a) Rút gọn A.

b) Tìm x để $A < -1$.

c) Với giá trị nào của x thì A nhận giá trị nguyên.

Bài 2: (2 điểm) Giải phương trình:

$$\text{a) } \frac{1}{3y^2 - 10y + 3} = \frac{6y}{9y^2 - 1} + \frac{2}{1 - 3y}$$

$$\text{b) } x - \frac{\frac{x}{2} - \frac{3+x}{4}}{2} = 3 - \frac{\left(1 - \frac{6-x}{3}\right) \cdot \frac{1}{2}}{2}$$

Bài 3: (2 điểm)

Một xe đạp, một xe máy và một ô tô cùng đi từ A đến B. Khởi hành lần lượt lúc 5 giờ, 6 giờ, 7 giờ và vận tốc theo thứ tự là 15 km/h; 35 km/h và 55 km/h.

Hỏi lúc mấy giờ ô tô cách đều xe đạp và xe đạp và xe máy?

Bài 4: (2 điểm)

Cho hình chữ nhật ABCD từ điểm P thuộc đường chéo AC ta dựng hình chữ nhật AMPN ($M \in AB$ và $N \in AD$). Chứng minh:

a) $BD \parallel MN$.

b) BD và MN cắt nhau tại K nằm trên AC.

Bài 5: (1 điểm)

Cho $a = 11 \dots 1$ (2n chữ số 1), $b = 44 \dots 4$ (n chữ số 4).

Chứng minh rằng: $a + b + 1$ là số chính phương.

ĐỀ SỐ 3

Bài 1: (2 điểm)

a) Cho $x^2 - 2xy + 2y^2 - 2x + 6y + 13 = 0$. Tính $N = \frac{3x^2y - 1}{4xy}$

b) Nếu a, b, c là các số dương đôi một khác nhau thì giá trị của đa thức sau là số dương:

$$A = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$$

Bài 2: (2 điểm)

Chứng minh rằng nếu $a + b + c = 0$ thì:

$$A = \left(\frac{a-b}{c} + \frac{b-c}{a} + \frac{c-a}{b} \right) \left(\frac{c}{a-b} + \frac{a}{b-c} + \frac{b}{c-a} \right) = 9$$

Bài 3: (2 điểm)

Một ô tô phải đi quãng đường AB dài 60 km trong thời gian nhất định. Nửa quãng đường đầu đi với vận tốc lớn hơn vận tốc dự định là 10 km/h. Nửa quãng đường sau đi với vận tốc kém hơn vận tốc dự định là 6 km/h.

Tính thời gian ô tô đi trên quãng đường AB biết người đó đến B đúng giờ.

Bài 4: (3 điểm)

Cho hình vuông ABCD trên cạnh BC lấy điểm E. Từ A kẻ đường thẳng vuông góc với AE cắt đường thẳng CD tại F. Gọi I là trung điểm của EF. AI cắt CD tại M.

Qua E dựng đường thẳng song song với CD cắt AI tại N.

a) Chứng minh tứ giác MENF là hình thoi.

b) Chứng minh chỉ vì tam giác CME không đổi khi E chuyển động trên BC

Bài 5: (1 điểm)

Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $x^6 + 3x^2 + 1 = y^4$

ĐỀ SỐ 4

Bài 1:

Phân tích thành nhân tử:

a, $(x^2 - x + 2)^2 + (x - 2)^2$

b, $6x^5 + 15x^4 + 20x^3 + 15x^2 + 6x + 1$

Bài 2:

a, Cho a, b, c thỏa mãn: $a + b + c = 0$ và $a^2 + b^2 + c^2 = 14$.

Tính giá trị của $A = a^4 + b^4 + c^4$

b, Cho a, b, c $\neq 0$. Tính giá trị của $D = x^{2011} + y^{2011} + z^{2011}$

Biết x, y, z thỏa mãn: $\frac{x^2 + y^2 + z^2}{a^2 + b^2 + c^2} = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2}$

Bài 3:

a, Cho a, b > 0 , CMR: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a + b}$

b, Cho a, b, c, d > 0

CMR: $\frac{a - d}{d + b} + \frac{d - b}{b + c} + \frac{b - c}{c + a} + \frac{c - a}{a + d} \geq 0$

Bài 4:

a, Tìm giá trị lớn nhất: $E = \frac{x^2 + xy + y^2}{x^2 - xy + y^2}$ với x, y > 0

b, Tìm giá trị lớn nhất: $M = \frac{x}{(x + 1995)^2}$ với x > 0

Bài 5:

a, Tìm nghiệm $\in \mathbb{Z}$ của PT: $xy - 4x = 35 - 5y$

b, Tìm nghiệm $\in \mathbb{Z}$ của PT: $x^2 + x + 6 = y^2$

Bài 6:

Cho $\square ABC$ M là một điểm \in miền trong của $\square ABC$. D, E, F là trung điểm AB, AC, BC; A', B', C' là điểm đối xứng của M qua F, E, D.

a, CMR: $AB'A'B$ là hình bình hành.

b, CMR: CC' đi qua trung điểm của AA'

ĐỀ SỐ 5

Bài 1: (2 điểm)

a) Phân tích đa thức sau thành nhân tử:

$$a(b + c)^2(b - c) + b(c + a)^2(c - a) + c(a + b)^2(a - b)$$

b) Cho a, b, c khác nhau, khác 0 và $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$

$$\text{Rút gọn biểu thức: } N = \frac{1}{a^2 + 2bc} + \frac{1}{b^2 + 2ca} + \frac{1}{c^2 + 2ab}$$

Bài 2: (2điểm)

a) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$M = x^2 + y^2 - xy - x + y + 1$$

b) Giải phương trình: $(y - 4,5)^4 + (y - 5,5)^4 - 1 = 0$

Bài 3: (2điểm)

Một người đi xe máy từ A đến B với vận tốc 40 km/h. Sau khi đi được 15 phút, người đó gặp một ô tô, từ B đến với vận tốc 50 km/h. ô tô đến A nghỉ 15 phút rồi trở lại B và gặp người đi xe máy tại một địa điểm cách B 20 km.

Tính quãng đường AB.

Bài 4: (3điểm)

Cho hình vuông ABCD. M là một điểm trên đường chéo BD. Kẻ ME và MF vuông góc với AB và AD.

a) Chứng minh hai đoạn thẳng DE và CF bằng nhau và vuông góc với nhau.

b) Chứng minh ba đường thẳng DE, BF và CM đồng quy.

c) Xác định vị trí của điểm M để tứ giác AEMF có diện tích lớn nhất.

Bài 5: (1điểm)

Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $3x^2 + 5y^2 = 345$

Đề số 6

Bài 1: (2,5điểm)

Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $x^5 + x + 1$

b) $x^4 + 4$

c) $x\sqrt{x} - 3x + 4\sqrt{x} - 2$ với $x > 0$

Bài 2: (1,5điểm)

Cho $abc = 2$ Rút gọn biểu thức:

$$A = \frac{a}{ab+a+2} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{2c}{ac+2c+2}$$

Bài 3: (2điểm)

Cho $4a^2 + b^2 = 5ab$ và $2a > b > 0$

Tính: $P = \frac{ab}{4a^2 - b^2}$

Bài 4: (3điểm)

Cho tam giác ABC cân tại A. Trên BC lấy M bất kì sao cho $BM < CM$. Từ M vẽ đường thẳng song song với AC cắt AB tại E và song song với AB cắt AC tại F. Gọi N là điểm đối xứng của M qua EF.

a) Tính chu vi tứ giác AEMF. Biết : $AB = 7\text{cm}$

b) Chứng minh : AFEN là hình thang cân

c) Tính : $\widehat{ANB} + \widehat{ACB} = ?$

d) M ở vị trí nào để tứ giác AEMF là hình thoi và cần thêm điều kiện của ΔABC để cho AEMF là hình vuông.

Bài 5: (1 điểm)

Chứng minh rằng với mọi số nguyên n thì :

$$5^{2n+1} + 2^{n+4} + 2^{n+1} \text{ chia hết cho } 23.$$

ĐỀ SỐ 7

Bài 1: (2 điểm)

a) Phân tích thành thừa số: $(a+b+c)^3 - a^3 - b^3 - c^3$

b) Rút gọn: $\frac{2x^3 - 7x^2 - 12x + 45}{3x^3 - 19x^2 + 33x - 9}$

Bài 2: (2 điểm)

Chứng minh rằng: $A = n^3(n^2 - 7)^2 - 36n$ chia hết cho 5040 với mọi số tự nhiên n.

Bài 3: (2 điểm)

a) Cho ba máy bơm A, B, C hút nước trên giếng. Nếu làm một mình thì máy bơm A hút hết nước trong 12 giờ, máy bơm B hút hết nước trong 15 giờ và máy bơm C hút hết nước trong 20 giờ. Trong 3 giờ đầu hai máy bơm A và C cùng làm việc sau đó mới dùng đến máy bơm B.

Tính xem trong bao lâu thì giếng sẽ hết nước.

b) Giải phương trình: $2|x+a| - |x-2a| = 3a$ (a là hằng số).

Bài 4: (3 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại C ($CA > CB$), một điểm I trên cạnh AB. Trên nửa mặt phẳng bờ AB có chứa điểm C người ta kẻ các tia Ax, By vuông góc với AB. Đường thẳng vuông góc với IC kẻ qua C cắt Ax, By lần lượt tại các điểm M, N.

a) Chứng minh: tam giác CAI đồng dạng với tam giác CBN.

b) So sánh hai tam giác ABC và INC.

c) Chứng minh: góc MIN = 90° .

d) Tìm vị trí điểm I sao cho diện tích ΔIMN lớn gấp đôi diện tích ΔABC .

Bài 5: (1 điểm)

Chứng minh rằng số:

$\underbrace{22499\dots\dots9100\dots\dots09}_{n-2 \text{ số } 9} \underbrace{}_{n \text{ số } 0}$ là số chính phương. ($n \geq 2$).

Bài 1: (2 điểm)

Cho biểu thức: $A = \left[\frac{2}{(x+1)^3} \left(\frac{1}{x} + 1 \right) + \frac{1}{x^2 + 2x + 1} \left(\frac{1}{x^2} + 1 \right) \right] : \frac{x-1}{x^3}$

a/ Thu gọn A

b/ Tìm các giá trị của x để $A < 1$

c/ Tìm các giá trị nguyên của x để A có giá trị nguyên

Bài 2: (2 điểm)

a/ Phân tích đa thức sau thành nhân tử (với hệ số là các số nguyên):

$$x^2 + 2xy + 7x + 7y + y^2 + 10$$

b/ Biết $xy = 11$ và $x^2y + xy^2 + x + y = 2010$. Hãy tính $x^2 + y^2$

Bài 3 (1,5 điểm):

Cho đa thức $P(x) = x^2 + bx + c$, trong đó b và c là các số nguyên. Biết rằng đa thức $x^4 + 6x^2 + 25$ và $3x^4 + 4x^2 + 28x + 5$ đều chia hết cho $P(x)$. Tính $P(1)$

Bài 4 (3,5 điểm):

Cho hình chữ nhật có $AB = 2AD$, gọi E, I lần lượt là trung điểm của AB và CD.

Nối D với E. Vẽ tia Dx vuông góc với DE, tia Dx cắt tia đối của tia CB tại M. Trên tia đối của tia CE lấy điểm K sao cho $DM = EK$. Gọi G là giao điểm của DK và EM.

a/ Tính số đo góc DBK.

b/ Gọi F là chân đường vuông góc hạ từ K xuống BM. Chứng minh bốn điểm A, I, G, H cùng nằm trên một đường thẳng.

Bài 5 (1 điểm):

Chứng minh rằng: Nếu ba số tự nhiên m, m+k, m+ 2k đều là các số nguyên tố lớn hơn 3, thì k chia hết cho 6.