

ĐỀ SỐ 1

Bài 1 (2,0 điểm)

Cho biểu thức $A = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+3} - \frac{4}{9-x} \right) \cdot \frac{2\sqrt{x}-6}{\sqrt{x}+1}$ với $x \geq 0, x \neq 9$.

- 1) Rút gọn biểu thức A.
- 2) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 64$.
- 3) Tìm x để A đạt giá trị lớn nhất.

Bài 2 (2,0 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Hai xe máy khởi hành cùng một lúc trên quãng đường từ A đến B dài 120km. Mỗi giờ xe máy thứ nhất chạy nhanh hơn xe máy thứ hai là 10km nên xe máy thứ nhất đến B trước xe máy thứ hai là 1 giờ. Tính vận tốc của mỗi xe máy.

Bài 3 (2,0 điểm)

- 1) Lập phương trình bậc hai có hai nghiệm là $x_1 = 1 + 2\sqrt{3}$ và $1 - 2\sqrt{3}$.
- 2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng (d): $y = mx - 1$ ($m \neq 0$) và parabol (P): $y = -x^2$.
 - a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi giá trị của m.
 - b) Gọi $x_1; x_2$ là hoành độ giao điểm của (d) và (P). Tìm m sao cho $x_1^2 + x_2^2 = 6$.

Bài 4 (3,5 điểm) Trên đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$, lấy một điểm C sao cho $AC = R$ và lấy điểm D bất kỳ trên cung nhỏ BC (D không trùng với B và C). Gọi E là giao điểm AD và BC. Đường thẳng đi qua E và vuông góc với đường thẳng AB tại H cắt AC tại F. Gọi M là trung điểm của EF.

- 1) Chứng minh BHCF là tứ giác nội tiếp.
- 2) Chứng minh: $HA.HB = HE.HF$.
- 3) Chứng minh: CM là tiếp tuyến của (O).
- 4) Xác định vị trí của điểm D để chu vi tứ giác ABDC là lớn nhất.

Bài 5 (0,5 điểm)

Cho hai số dương x, y thỏa mãn: $x + y = 1$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = \frac{1}{x^2 + y^2} + \frac{1}{xy}$.

ĐỀ SỐ 2

I. TRẮC NGHIỆM (1,0 điểm)

Chọn các phương án đúng:

Câu 1. Cho (P): $y = -\frac{1}{2}x^2$. Trong các điểm sau, điểm thuộc (P) là:

- A. $(-4; -8)$ B. $(-2; 2)$ C. $(4; -8)$ D. $(-8; 4)$

Câu 2. Cho phương trình $x^2 + 2mx + m^2 - m + 1 = 0$. Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì:

- A. $m > -1$ B. $m \geq 1$ C. $m > 1$ D. $m < 1$

Câu 3. Cho đường tròn $(O; R)$. Hai điểm M, N thuộc đường tròn sao cho $\widehat{MON} = 120^\circ$.

Khi đó độ dài cung nhỏ MN là:

- A. $\frac{\pi R^2}{3}$ B. $240\pi R$ C. $\frac{1}{3}\pi R$ D. $\frac{2}{3}\pi R$

Câu 4. Người ta cần trang trí kín mặt xung quanh một lọ gốm hình trụ có thể tích bằng $36\pi(\text{cm}^3)$, bán kính đáy bằng 3cm. Khi đó diện tích cần trang trí là:

- A. $9\pi(\text{cm}^2)$ B. $24\pi(\text{cm}^2)$ C. $12\pi(\text{cm}^2)$ D. $18\pi(\text{cm}^2)$

(Hướng dẫn: Nếu câu 1 em chọn phương án A, B thì ghi 1.A, B)

II. TỰ LUẬN (9,0 điểm)

Bài 1 (2,5 điểm)

1) Cho phương trình: $x^2 + 2(m-1)x - 4m = 0$ (1)

a) Giải phương trình với $m = 2$.

b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ và $x_1; x_2$ là hai số đối nhau.

2) Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} \frac{7}{\sqrt{x}} - \frac{4}{\sqrt{y}} = \frac{5}{3} \\ \frac{5}{\sqrt{x}} + \frac{3}{\sqrt{y}} = \frac{13}{6} \end{cases}$$

Bài 2 (2,5 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Cho số tự nhiên có hai chữ số, biết rằng tổng hai chữ số của nó bằng 5; bình phương chữ số hàng chục hơn chữ số hàng đơn vị là 1 đơn vị. Tìm số đó.

Bài 3 (3,5 điểm) Cho nửa đường tròn (O), đường kính AB. Lấy hai điểm C, M bất kì thuộc nửa đường tròn sao cho $AC = CM$ (AC và CM khác MB). Gọi D là giao điểm của AC và BM.; H là giao điểm của AM và BC.

1. Chứng minh: Tứ giác CHMD nội tiếp.

2. Chứng minh: $DA \cdot DC = DB \cdot DM$.

3. Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt tia BC tại K. Chứng minh rằng:

$$KD = \frac{AK + HD}{2}.$$

4. Gọi Q là giao điểm của DH và AB. Chứng minh rằng: khi điểm C di chuyển trên nửa đường tròn sao cho $AC = CM$ thì đường tròn ngoại tiếp $\triangle CMQ$ luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 4 (0,5 điểm) Giải bất phương trình sau: $\sqrt{x-1} + \sqrt{3-x} + 4x\sqrt{2x} \leq x^3 + 10$.

ĐỀ SỐ 3

Bài 1 (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức: $A = \frac{x - \sqrt{x}}{2 - \sqrt{x}}$ và $B = \frac{x+3}{x\sqrt{x}-1} + \frac{1}{1+\sqrt{x}}$ với $x > 0; x \neq 1; x \neq 4$.

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 36$.
- 2) Rút gọn biểu thức $P = A.B$.
- 3) So sánh P với $\frac{1}{3}$.

Bài 2 (2,0 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Tổng số học sinh khối 8 và khối 9 cả một trường là 400 em, trong đó có 252 em là học sinh giỏi. Tính số học sinh của mỗi khối, biết rằng số học sinh giỏi khối 8 chiếm tỉ lệ 60% số học sinh khối 8, số học sinh giỏi khối 9 chiếm tỉ lệ 65% số học sinh khối 9.

Bài 3 (2,0 điểm)

- 1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{x-1}{2x+1} - \frac{y-2}{y+2} = 1 \\ \frac{3x-3}{2x+1} + \frac{2y-4}{y+2} = 3 \end{cases}$$

- 2) Cho phương trình $x^2 - 2(m-2)x + m - 6 = 0$

- a) Tìm m để phương trình có một nghiệm $x = -1$ và tìm nghiệm còn lại.
- b) Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ với mọi giá trị của m và tìm m để $x_1 - x_2 = 4$.

Bài 4 (3,5 điểm) Trên đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$, lấy một điểm M sao cho $AM = R$ và lấy điểm N bất kỳ trên cung nhỏ BM (N khác M và B). Gọi I là giao điểm AN và BM, H là hình chiếu của I trên AB.

- 1) Chứng minh tứ giác IHBN nội tiếp.
- 2) Chứng minh HI là tia phân giác của góc MHN.
- 3) Chứng minh đường tròn ngoại tiếp tam giác MHN luôn đi qua hai điểm cố định.

4) Xác định vị trí của điểm N để chu vi tứ giác AMNB lớn nhất.

Bài 5 (0,5 điểm) Cho các số thực không âm a và b thỏa mãn điều kiện $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{2}$.

Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = a\sqrt{a} + b\sqrt{b}$.

ĐỀ SỐ 4

PHẦN I – TRẮC NGHIỆM (2,0 điểm)

Câu 1. Điểm thuộc đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ là:

- A. $\left(1; \frac{1}{2}\right)$ B. $(2; -2)$ C. $(2; 2)$ D. $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$

Câu 2. Giá trị của m để hệ phương trình $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ mx + y = 3 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất là:

- A. $m \neq \frac{1}{2}$ B. $m \neq \frac{3}{2}$ C. $m \neq 1$ D. $m = \frac{1}{2}$

Câu 3. Giá trị của m để phương trình $x^2 + mx - 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn điều kiện $x_1 + x_2 = 6$ là:

- A. 6 B. 12 C. -6 D. -12

Câu 4. Điều kiện của tham số m để phương trình $(m-2)x^2 + 2x - 3 = 0$ là phương trình bậc hai là:

- A. $m > 2$ B. $m < 2$ C. $m \neq 0$ D. $m \neq 2$

Câu 5. Cho đường tròn $(O; R)$ và cung AB có số đo bằng 110° . Lấy M là một điểm trên cung AB nhỏ. Số đo $\angle AMB$ là:

A. 125° B. 110° C. 55° D. 70°

Câu 6. Cho đường tròn $(O;R)$, dây cung MN có độ dài bằng bán kính. Số đo của cung nhỏ MN là:

A. 120° B. 30° C. 60° D. 170°

Câu 7. Cho một hình nón có bán kính đáy là 3cm, chiều cao là 4cm. Khi đó diện tích xung quanh của hình nón đã cho là:

A. $30\pi(\text{cm}^2)$ B. $24\pi(\text{cm}^2)$ C. $12\pi(\text{cm}^2)$ D. $15\pi(\text{cm}^2)$

Câu 8. Cho hình chữ nhật $MNPQ$ có $MN=5\text{cm}, MQ=3\text{cm}$. Khi quay hình chữ nhật $MNPQ$ một vòng quanh cạnh MN ta được một hình trụ có thể tích là:

A. $90\pi(\text{cm}^3)$ B. $45\pi(\text{cm}^3)$ C. $75\pi(\text{cm}^3)$ D. $30\pi(\text{cm}^3)$

PHẦN II – TỰ LUẬN (8,0 điểm)

Bài 1 (2,0 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một mảnh vườn hình chữ nhật trước đây có chu vi là 136m. Nay người ta mở rộng chiều dài thêm 5m, chiều rộng thêm 3m, do đó diện tích mảnh vườn tăng thêm 255m^2 . Tính chiều dài và chiều rộng mảnh vườn lúc đầu.

Bài 2 (2,5 điểm)

1. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{2}{x+1} - \frac{3}{y-4} = -1 \\ \frac{2}{x+1} + \frac{5}{y-4} = 7 \end{cases}$$

2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol (P) có phương trình $y = x^2$ và đường thẳng (d) có phương trình $y = mx + 2$.

a) Xác định tọa độ giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P) với $m = -1$.

b) Tìm giá trị của m để đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt

$A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$ thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 = 20$.

Bài 3 (3,0 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O), bán kính OD vuông

góc với dây BC tại I. Tiếp tuyến của đường tròn (O) tại C và D cắt nhau tại M.

- Chứng minh tứ giác ODMC nội tiếp được một đường tròn.
- Chứng minh $\widehat{BAD} = \widehat{DCM}$.
- Tia CM cắt tia AD tại K, tia AB cắt tia CD tại E, AD cắt BC tại F.

Chứng minh $\frac{1}{EK} + \frac{1}{CF} = \frac{1}{DM}$.

Bài 4 (0,5 điểm)

Cho 2 số dương a, b thỏa mãn $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$Q = \frac{1}{a^4 + b^2 + 2ab^2} + \frac{1}{b^4 + a^2 + 2ba^2}$$

ĐỀ SỐ 5

Bài 1 (2,5 điểm)

Cho biểu thức $A = \frac{2\sqrt{x}}{x-9} - \frac{2}{\sqrt{x}+3}$ và $B = \frac{6}{x-3\sqrt{x}}$ với $x > 0; x \neq 9$.

- Tính giá trị của biểu thức B tại $x = 25$.
- Rút gọn biểu thức A.
- Tìm x để $\frac{B}{A} = \frac{2\sqrt{x}+1}{2}$.

Bài 2 (2,0 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Hai vòi nước cùng chảy vào một bể thì sau 6 giờ bể đầy. Nếu mở vòi I chảy một mình trong 3 giờ rồi khóa lại, mở vòi II chảy tiếp trong 4 giờ thì lượng nước chảy được bằng 60% bể. Hỏi nếu mỗi vòi chảy riêng thì trong bao lâu sẽ đầy bể?

Bài 3 (1,5 điểm) Cho parabol $y = -x^2$ (P).

1) Điểm $M(-2; -4)$ có thuộc (P) không? Vì sao?

2) Tìm m để đồ thị hàm số $y = (m+1)x - m^2 + 1$ (d) tiếp xúc với (P).

Bài 4 (3,5 điểm) Cho đường tròn tâm O bán kính R có hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Lấy điểm M bất kỳ thuộc đoạn OA (M khác O, A). Tia DM cắt (O) tại N.

1) Chứng minh OMNC là tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh: $DM \cdot DN = DO \cdot DC = 2R^2$.

3) Tiếp tuyến tại C với đường tròn (O) cắt tia DM tại E, đường tròn ngoại tiếp tam giác CDE cắt BC tại F. Chứng minh $DF \parallel AN$.

4) Nối B với N cắt OC tại P. Tìm vị trí của điểm M để $\frac{OM}{AM} + \frac{OP}{CP}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 5 (0,5 điểm)

Một quả bóng đá size 4 dùng cho trẻ em từ 8 đến 12 tuổi có kích thước chu vi cả nó (chu vi đường tròn lớn) là từ 63cm đến 66cm. Một quả bóng đá size 5 dùng cho trẻ em trên 13 tuổi và cả người lớn có kích thước chu vi của nó (chu vi đường tròn lớn) là từ 69cm đến 71cm. Hãy tính thể tích chênh lệch lớn nhất có thể của 2 quả bóng size 4 và size 5 này.

