ĐỀ CƯƠNG ÔN THI TOÁN 9 LÊN 10

===========***===========

I. VÒNG 1: (18 TIẾT): NHỮNG NỘI DUNG KIẾN THỨC CƠ BẢN

A.Đại số:

I.Căn bậc hai: Khái niệm, hằng đẳng thức, ĐKXĐ, các phép biến đổi. (2 tiết).

II.Phương trình, bất ph/trình, hệ ph/ trình bậc nhất một ẩn: Dạng, ph/pháp giải. (2 tiết).

III.Hàm số bậc nhất, bậc hai: Đ/n, t/c, đồ thị, tương giao giữa các đồ thị. (2 tiết).

IV.Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình, phương trình. (2 tiết).

V.Phương trình bậc hai: Dạng, công thức nghiệm, Định lý Viet, ứng dụng. (2 tiết).

B.Hình học:

I. Hệ thức lượng trong tam giác vuông. Tỉ số lượng giác của góc nhọn. (2 tiết).

II. Chứng minh Bằng nhau – Song song; vuông góc - Đồng quy; thẳng hàng. (2 tiết).

III.Chứng minh hai tam giác đồng dạng . Hệ thức hình học. (2 tiết).

IV.Tứ giác nội tiếp: Khái niệm, tính chất, dấu hiệu. (2 tiết).

II. VÒNG 2: (12 TIẾT): NHỮNG CHUYÊN ĐỀ CHUYÊN SÂU

I. Cực trị đại số. (2 tiết).

II. Sự tương giao của các đường thẳng và parabol trên mặt phẳng toạ độ. (2 tiết).

III. Hệ thức Vi-et và ứng dụng. (2 tiết).

IV. Cực trị hình học. (2 tiết)

V. Phương trình vô tỉ. (2 tiết).

VI. Bất đẳng thức. (2 tiết).

III. VÒNG 2: (12 TIẾT): THAM KHẢO MỘT SỐ ĐỀ THI VÀO THPT

I. Đề số 1:

II. Đề số 2:

III. Đề số 3:

IV. Đề số 4:

VÒNG 1: (18 TIẾT)

NHỮNG NỘI DUNG KIẾN THỨC CƠ BẢN

§1.CĂN BẬC HAI

A.KIẾN THỨC CƠ BẢN

1.Khái niệm

x là căn bậc hai của số không âm a $\Leftrightarrow$ $x^2 = a$. Kí hiệu: $x = \sqrt{a}$.

2.Điều kiện xác định của biểu thức $\sqrt{A}$

Biểu thức $\sqrt{A}$ xác định $\Leftrightarrow A \geq 0$.

3.Hằng đẳng thức căn bậc hai

$$\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A & \text{khi } A \geq 0 \\ -A & \text{khi } A < 0 \end{cases}$$

4.Các phép biến đổi căn thức

+) $\sqrt{A.B} = \sqrt{A}.\sqrt{B} \quad (A \geq 0;\ B \geq 0)$

+) $\sqrt{\dfrac{A}{B}} = \dfrac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}} \quad (A \geq 0;\ B > 0)$

+) $\sqrt{A^2B} = |A|\sqrt{B} \quad (B \geq 0)$

+) $\sqrt{\dfrac{A}{B}} = \dfrac{1}{|B|}\sqrt{A.B} \quad (A.B \geq 0;\ B \neq 0)$

+) $\dfrac{m}{A \pm \sqrt{B}} = \dfrac{m.\left(A \mp \sqrt{B}\right)}{A^2 - B} \quad (B \geq 0;\ A^2 \neq B)$

+) $\dfrac{n}{\sqrt{A} \pm \sqrt{B}} = \dfrac{n.\left(\sqrt{A} \mp \sqrt{B}\right)}{A - B} \quad (A \geq 0;\ B \geq 0;\ A \neq B)$

+) $\sqrt{A \pm 2\sqrt{B}} = \sqrt{m \pm 2\sqrt{m.n} + n} = \sqrt{\left(\sqrt{m} \pm \sqrt{n}\right)^2} = \left|\sqrt{m} \pm \sqrt{n}\right|$

với $\begin{cases} m + n = A \\ m.n = B \end{cases}$

B.MỘT SỐ VÍ DỤ

VD1.Thu gọn, tính giá trị các biểu thức

$$A = \left(3-\sqrt{3}\right)\left(-2\sqrt{3}\right)+\left(3\sqrt{3}+1\right)^2$$

$$B = \frac{3+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} + \frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} - \left(2+\sqrt{3}\right)$$

$$C = \sqrt{3-2\sqrt{2}} - \sqrt{6+4\sqrt{2}}$$

$$D = \sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}}$$

Giải

$$A = -6\sqrt{3} + 6 + 27 + 6\sqrt{3} + 1 = 34$$

$$B = \frac{\sqrt{3}\left(\sqrt{3}+2\right)}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{2}\left(\sqrt{2}+1\right)}{\sqrt{2}+1} - 2 - \sqrt{3} = \sqrt{3}+2+\sqrt{2}-2-\sqrt{3} = \sqrt{2}$$

$$C = \sqrt{2-2\sqrt{2}+1} - \sqrt{4+2\sqrt{8}+2} = \sqrt{\left(\sqrt{2}+1\right)^2} - \sqrt{\left(2+\sqrt{2}\right)^2} = \sqrt{2}+1-2-\sqrt{2} = -1$$

$$D.\sqrt{2} = \sqrt{2}.\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}+\sqrt{2-\sqrt{3}}\right) = \sqrt{4+2\sqrt{3}} + \sqrt{4-2\sqrt{3}} = \sqrt{\left(\sqrt{3}+1\right)^2} + \sqrt{\left(\sqrt{3}-1\right)^2}$$

$$\Rightarrow D.\sqrt{2} = \sqrt{3}+1+\sqrt{3}-1 = 2\sqrt{3} \Rightarrow D = \sqrt{6}$$

VD2. Cho biểu thức $y = \dfrac{x^2+\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}+1} + 1 - \dfrac{2x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$

a) Rút gọn y. Tìm x để $y = 2$.

b) Cho $x > 1$. Chứng minh $y - |y| = 0$

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của y

Giải

a) $$y = \frac{\sqrt{x}\left[\left(\sqrt{x}\right)^3+1\right]}{x-\sqrt{x}+1} + 1 - \frac{\sqrt{x}\left(2\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}} = \sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)+1-2\sqrt{x}-1 = x-\sqrt{x}$$

$$y = 2 \Leftrightarrow x-\sqrt{x} = 2 \Leftrightarrow x-\sqrt{x}-2 = 0 \Leftrightarrow \left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-2\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x}-2 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 2 \Leftrightarrow x = 4$$

(Ở đây ta có thể áp dụng giải phương trình bậc hai bằng cách đặt ẩn phụ)

b) Có $y - |y| = x - \sqrt{x} - \left|x-\sqrt{x}\right|$

$$\text{Do } x>1 \Rightarrow x>\sqrt{x} \Rightarrow x-\sqrt{x}>0 \Rightarrow \left|x-\sqrt{x}\right| = x-\sqrt{x}$$

$$\Rightarrow y-|y| = 0$$

c) Có:

$$y = x-\sqrt{x} = \left(\sqrt{x}\right)^2 - \sqrt{x} = \left(\sqrt{x}\right)^2 - 2.\sqrt{x}.\frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = \left(\sqrt{x}+\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} \geq -\frac{1}{4}$$

Vậy Min $y = -\frac{1}{4}$ khi $\sqrt{x} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$

VD3.So sánh hai số sau

$a = \sqrt{1997} + \sqrt{1999}$ và $b = 2\sqrt{1998}$

Giải

Có $a = \sqrt{1998-1} + \sqrt{1998+1} = \sqrt{\left(\sqrt{1998-1}+\sqrt{1998+1}\right)^2}$

$$= \sqrt{2.1998 + 2\sqrt{1998^2-1}} < \sqrt{2.1998 + 2\sqrt{1998^2}} = 2\sqrt{1998}$$

Vậy a < b.

<u>C.MỘT SỐ BÀI TẬP CƠ BẢN</u>

1.Thực hiện phép tính, rút gọn biểu thức

$A = 4\sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{57+40\sqrt{2}}$

$B = \sqrt{1100} - 7\sqrt{44} + 2\sqrt{176} - \sqrt{1331}$

$C = \sqrt{\left(1-\sqrt{2002}\right)^2}.\sqrt{2003+2\sqrt{2002}}$

$D = \sqrt{72} - \sqrt{5\frac{1}{3}} + 4{,}5\sqrt{2\frac{2}{3}} + 2\sqrt{27}$

$E = \left(\frac{3}{2\sqrt{6}} + 2\sqrt{\frac{2}{3}} - 4\sqrt{\frac{3}{2}}\right).\left(3\sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{12} - \sqrt{6}\right).\left(-\sqrt{2}\right)$

$F = \sqrt{8-2\sqrt{15}} - \sqrt{8+2\sqrt{15}}$

$G = \sqrt{4+\sqrt{7}} - \sqrt{4-\sqrt{7}}$

$H = \sqrt{8+\sqrt{60}} + \sqrt{45} - \sqrt{12}$

$I = \sqrt{9-4\sqrt{5}} - \sqrt{9+4\sqrt{5}}$

$K = \left(2\sqrt{8}+3\sqrt{5}-7\sqrt{2}\right).\left(\sqrt{72}-5\sqrt{20}-2\sqrt{2}\right)$

$L = \dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{5-\sqrt{14}}}{\sqrt{12}}$

$$M=\frac{\left(5\sqrt{3}+\sqrt{50}\right)\left(5-\sqrt{24}\right)}{\sqrt{75}-5\sqrt{2}}$$

$$N=\frac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}+\frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}$$

$$P=\frac{3\sqrt{8}-2\sqrt{12}+\sqrt{20}}{3\sqrt{18}-2\sqrt{27}+\sqrt{45}}$$

$$Q=\frac{1}{\left(2+\sqrt{3}\right)^2}-\left(\frac{5-2\sqrt{5}}{2-\sqrt{5}}\right)^2$$

$$R=\sqrt{3+\sqrt{13+\sqrt{48}}}$$

2. Tính giá trị của biểu thức

$A=\dfrac{1}{a+1}-\dfrac{1}{b+1}$ khi $a=\dfrac{1}{7+4\sqrt{3}}$; $b=\dfrac{1}{7-4\sqrt{3}}$

$B=5x^2-4\sqrt{5}x+4$ khi $x=\sqrt{5}+\sqrt{\dfrac{1}{5}}$

$C=\dfrac{1+2x}{1+\sqrt{1+2x}}+\dfrac{1-2x}{1-\sqrt{1-2x}}$ khi $x=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$

3. Chứng minh

a) $\dfrac{1}{\sqrt{3}}+\dfrac{1}{3\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{\dfrac{5}{12}-\dfrac{1}{\sqrt{6}}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

b) $\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}+\sqrt[3]{2-\sqrt{5}}=1$

c) $\dfrac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}}+\dfrac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}}=\sqrt{2}$

d) $S=\dfrac{1}{1+\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\ldots+\dfrac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}$ là một số nguyên.

4. Cho $A=\dfrac{2x-3\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-2}$; $B=\dfrac{\left(\sqrt{x}\right)^3-\sqrt{x}+2x-2}{\sqrt{x}+2}$

a) Rút gọn A và B.

b) Tìm x để A = B.

5. Cho $A=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$. Tìm số nguyên x để A nhận giá trị nguyên.

6. Tìm x, biết:

a) $\sqrt{(4-x)^2}.\sqrt{81}=36$ b) $\dfrac{x}{\sqrt{x}}\ \dfrac{\sqrt{x}+1}{}=3$ c) $\dfrac{\sqrt{x-5}}{\sqrt{x-4}}=1$

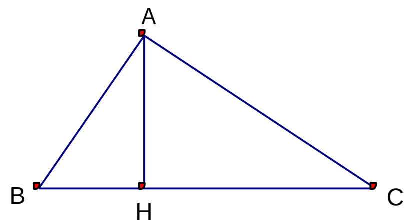
§2.HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG
TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC NHỌN

A.KIẾN THỨC CƠ BẢN

1.Định lý Pitago

ΔABC vuông tại A $\Leftrightarrow AB^2 + AC^2 = BC^2$

2.Hệ thức lượng trong tam giác vuông



1) $AB^2 = BH.BC$; $AC^2 = CH.BC$

2) $AB.AC = AH.BC$

3) $AH^2 = BH.HC$

4) $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{AB^2} + \dfrac{1}{AC^2}$

Kết quả:

-Với tam giác đều cạnh là a, ta có: $h = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$; $S = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$

3.Tỉ số lượng giác của góc nhọn

Đặt $\angle ACB = \alpha$; $\angle ABC = \beta$ khi đó:

$$\sin\alpha = \frac{AB}{BC} = \frac{AH}{AC};\quad \cos\alpha = \frac{AC}{BC} = \frac{HC}{AC};\quad tg\alpha = \frac{AB}{AC} = \frac{AH}{HC};\quad cotg\alpha = \frac{AC}{AB} = \frac{HC}{AH}$$

$b = a\sin B = a\cos C = ctgB = c\cot gC$

$c = a\cos B = a\sin C = bctgB = btgC$

Kết quả suy ra:

1) $\sin\alpha = \cos\beta$; $\cos\alpha = \sin\beta$; $tg\alpha = cotg\beta$; $cotg\alpha = tg\beta$

2) $0 < \sin\alpha < 1$; $0 < \cos\alpha < 1$; $tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$; $cotg\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

3) $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$; $tg\alpha.cotg\alpha = 1$; $\frac{1}{\sin^2\alpha} = 1 + cotg\alpha$; $\frac{1}{\cos^2\alpha} = 1 + tg\alpha$

4) Cho ΔABC nhọn, BC = a; AC = b; AB = c khi đó:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$; $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}bc\sin A$

B.MỘT SỐ VÍ DỤ

VD1.Cho tam giác ABC có AB>AC, kẻ trung tuyến AM và đường cao AH. Chứng minh:

a) $AB^2 + AC^2 = 2AM^2 + \frac{BC^2}{2}$

b) $AB^2 - AC^2 = 2BC.MH$

VD2.Cho hình thang ABCD (AB//CD có AB = 3cm; CD = 14cm; AC = 15cm; BD = 8cm.

a) Chứng minh AC vuông góc với BD.

b) Tính diện tích hình thang.

VD3.Tính diện tích hình bình hành ABCD biết AD = 12; DC = 15; $\angle ADC = 70^0$.

C.MỘT SỐ BÀI TẬP CƠ BẢN

1.Cho tam giác ABC vuông cân tại A, trung tuyến BD. Gọi I là hình chiếu của C trên BD, H là hình chiếu của I trên AC.

Chứng minh: AH = 3HI.

2.Qua đỉnh A của hình vuông ABCD cạnh bằng a, vẽ một đường thẳng cắt BC ở E và cắt đường thẳng DC ở F.

Chứng minh: $\frac{1}{AE^2} + \frac{1}{AF^2} = \frac{1}{a^2}$

3.Cho tam giác cân ABC có đáy BC = a; $\angle BAC = 2\alpha$; $\alpha < 45^0$. Kẻ các đường cao AE, BF.

a) Tính các cạnh của tam giác BFC theo a và tỉ số lượng giác của góc α .

b) Tính theo a, theo các tỉ số lượng giác của góc α và 2α , các cạnh của tam giác ABF, BFC.

c) Từ các kết quả trên, chứng minh các đẳng thức sau:

1) $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$;

2) $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$;

3) $tg2\alpha = \dfrac{2tg\alpha}{1 - tg^2\alpha}$

---

§3.PHƯƠNG TRÌNH - HỆ PHƯƠNG TRÌNH - BẤT PHƯƠNG TRÌNH

(Bậc nhất)

A.KIẾN THỨC CƠ BẢN

1.Phương trình bậc nhất một ẩn

-Quy đồng khử mẫu.

-Đưa về dạng ax + b = 0 (a ≠ 0)

-Nghiệm duy nhất là $x = \dfrac{-b}{a}$

2.Phương trình chứa ẩn ở mẫu

-Tìm ĐKXĐ của phương trình.

-Quy đồng và khử mẫu.

-Giải phương trình vừa tìm được.

-So sánh giá trị vừa tìm được với ĐKXĐ rồi kết luận.

3.Phương trình tích

Để giải phương trình tích ta chỉ cần giải các phương trình thành phần của nó. Chẳng hạn: Với phương trình A(x).B(x).C(x) = 0

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} A(x) = 0 \\ B(x) = 0 \\ C(x) = 0 \end{array}\right.$$

4.Phương trình có chứa hệ số chữ (Giải và biện luận phương trình)

Dạng phương trình này sau khi biến đổi cũng có dạng ax + b = 0. Song giá trị cụ thể của a, b ta không biết nên cần đặt điều kiện để xác định số nghiệm của phương trình.

-Nếu a ≠ 0 thì phương trình có nghiệm duy nhất $x = \dfrac{-b}{a}$.

-Nếu a = 0 và b = 0 thì phương trình có vô số nghiệm.

-Nếu a = 0 và b ≠ 0 thì phương trình vô nghiệm.

5.Phương trình có chứa dấu giá trị tuyệt đối

Cần chú ý khái niệm giá trị tuyệt đối của một biểu thức

$$|A| = \begin{cases} A & \text{khi } A \geq 0 \\ -A & \text{khi } A < 0 \end{cases}$$

6.Hệ phương trình bậc nhất

Cách giải chủ yếu dựa vào hai phương pháp cộng đại số và thế. Chú ý phương pháp đặt ẩn phụ trong một số trường hợp xuất hiện các biểu thức giống nhau ở cả hai phương trình.

7.Bất phương trình bậc nhất

Với bất phương trình bậc nhất thì việc biến đổi tương tự như với phương trình bậc nhất. Tuy nhiên cần chú ý khi nhân và cả hai vế với cùng một số âm thì phải đổi chiều bất phương trình.

B.MỘT SỐ VÍ DỤ

VD1.Giải các phương trình sau

a) $2(x-3)+1=2(x+1)-9$ b) $\frac{7x}{8}-5(x-9)=\frac{20x+1,5}{6}$

c) $\frac{13}{2x^2+x-21}+\frac{1}{2x+7}=\frac{6}{x^2-9}$ d) $|x-3|+3|x-7|=10(*)$

Giải

a) $2(x-3)+1=2(x+1)-9 \Leftrightarrow 2x-5=2x-7 \Leftrightarrow -5=-7$ (Vô lý)

Vậy phương trình vô nghệm.

b) $\frac{7x}{8}-5(x-9)=\frac{20x+1,5}{6} \Leftrightarrow 21x-120x+1080=80x+6 \Leftrightarrow -179x=-1074 \Leftrightarrow x=6$

Vậy phương trình có nghiệm x = 6.

c) $\frac{13}{2x^2+x-21}+\frac{1}{2x+7}=\frac{6}{x^2-9} \Leftrightarrow \frac{13}{(x-3)(2x+7)}+\frac{1}{2x+7}=\frac{6}{(x-3)(x+3)}$

ĐKXĐ: $x \neq \pm 3;\ x \neq -\frac{7}{2}$

$\Rightarrow 13(x+3)+(x-3)(x+3)=6(2x+7) \Leftrightarrow 13x+39+x^2-9=12x+42$

$\Leftrightarrow x^2+x-12=0 \Leftrightarrow (x-3)(x+4)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \notin DKXD \\ x=-4 \in DKXD \end{array}\right.$

Vậy phương trình có nghiệm x = - 4.

d) Lập bảng xét dấu

x		3	7

$x-3$	-	0	+		+
$x - 7$	-		-	0	+

-Xét $x < 3$:

(*) $\Leftrightarrow 3-x+3(7-x)=10 \Leftrightarrow 24-4x=10 \Leftrightarrow -4x=-14 \Leftrightarrow x=\frac{7}{2}$ (loại)

-Xét $3 \le x < 7$:

(*) $\Leftrightarrow x-3+3(7-x)=10 \Leftrightarrow -2x+18=10 \Leftrightarrow -2x=-8 \Leftrightarrow x=4$ (t/mãn)

-Xét $x \ge 7$:

(*) $\Leftrightarrow x-3+3(x-7)=10 \Leftrightarrow 4x-24=10 \Leftrightarrow 4x=34 \Leftrightarrow x=\frac{17}{2}$ (loại)

Vậy phương trình có nghiệm $x = 4$.

VD2.Giải và biện luận phương trình sau

a) $\frac{x+a-b}{a}-\frac{x+b-a}{b}=\frac{b^2-a^2}{ab}$ (1)

b) $\frac{ax-1}{x-1}+\frac{2}{x+1}=\frac{a\left(x^2+1\right)}{x^2-1}$ (2)

Giải

a) ĐK: $a \ne 0$; $b \ne 0$.

$(1) \Leftrightarrow b(x+a-b)-a(x+b-a)=b^2-a^2$

$\Leftrightarrow bx+ab-b^2-ax-ab+a^2=b^2-a^2$

$\Leftrightarrow (b-a)x=2(b-a)(b+a)$

-Nếu $b-a \ne 0 \Rightarrow b \ne a$ thì $x=\frac{2(b-a)(b+a)}{b-a}=2(b+a)$

-Nếu $b-a=0 \Rightarrow b=a$ thì phương trình có vô số nghiệm.

Vậy:

-Với $b \ne a$, phương trình có nghiệm duy nhất $x = 2(b + a)$.

-Với $b = a$, phương trình có vô số nghiệm

b) ĐKXĐ: $x \ne \pm 1$

$(2) \Rightarrow (ax\text{-}1)(x+1)+2(x-1)=a\left(x^2+1\right)$

$\Leftrightarrow ax^2+ax-x-1+2x-2=ax^2+a$

$\Leftrightarrow (a+1)x=a+3$

-Nếu $a+1 \ne 0 \Rightarrow a \ne -1$ thì $x=\frac{a+3}{a+1}$

-Nếu $a+1=0 \Rightarrow a=-1$ thì phương trình vô nghiệm.

Vậy:

-Với $a \neq -1$ và $a \neq -2$ thì phương trình có nghiệm duy nhất $x = \dfrac{a+3}{a+1}$

-Với $a = -1$ hoặc $a = -2$ thì phương trình vô nghiệm.

VD3.Giải các hệ phương trình sau

a) $\begin{cases} x + 5y = 7 \\ 3x - 2y = 4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \dfrac{1}{x+y} + \dfrac{1}{x-y} = \dfrac{5}{8} \\ \dfrac{1}{x-y} - \dfrac{1}{x+y} = \dfrac{3}{8} \end{cases}$ c) $\begin{cases} x + 2y - 3z = 2 \\ x - 3y + z = 5 \\ x - 5y = 1 \end{cases}$

Giải

a) $\begin{cases} x + 5y = 7 \\ 3x - 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 - 5y \\ 3(7-5y) - 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 - 5y \\ 21 - 17y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 - 5y \\ y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$

hoặc $\begin{cases} x + 5y = 7 \\ 3x - 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 15y = 21 \\ 3x - 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 17y = 17 \\ 3x - 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 2 \end{cases}$

b) ĐK: $x \neq \pm y$

đặt $\dfrac{1}{x+y} = u$; $\dfrac{1}{x-y} = v$

Khi đó, có hệ mới $\begin{cases} u + v = \dfrac{5}{8} \\ -u + v = \dfrac{3}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2v = 1 \\ u + v = \dfrac{5}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v = \dfrac{1}{2} \\ u = \dfrac{1}{8} \end{cases}$

Thay trở lại, ta được: $\begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + 2y - 3z = 2 \\ x - 3y + z = 5 \\ x - 5y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + 5y \\ 1 + 5y + 2y - 3z = 2 \\ 1 + 5y - 3y + z = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + 5y \\ 7y - 3z = 1 \\ 2y + z = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 1 \\ z = 2 \end{cases}$

<u>C.MỘT SỐ BÀI TẬP CƠ BẢN</u>

1.Giải các phương trình sau

a) $3(x+4)-5(x-2)=4(3x-1)+82$

b) $\frac{x+17}{5}-\frac{3x-7}{4}=-2$

c) $\frac{x+1}{65}+\frac{x+2}{64}=\frac{x+3}{63}+\frac{x+4}{62}$

d) $\frac{x-1}{x+3}-\frac{x}{x-3}=\frac{7x-3}{9-x^2}$

e) $\frac{x+2}{x-2}-\frac{1}{x}=\frac{2}{x(x-2)}$

f) $|x+3|=5$

g) $|3x-1|=2x+6$

h) $|2-x|+3|2x+1|=4$

i) $5+3x(x+3)<(3x-1)(x+2)$

k) $\frac{4x+3}{3}-\frac{x-1}{6}>\frac{2x-3}{2}-\frac{x+2}{4}$

2.Giải và biện luận các phương trình sau

a) $\frac{x-a}{a}+b=\frac{x-b}{b}+a$

b) $a^2(x-1)-3a=x$

c) $\frac{ax-1}{a+1}-\frac{x+a}{1-a}=\frac{a^2+1}{a^2-1}$

d) $\frac{a}{x-a}+\frac{1}{x+1}=\frac{a-1}{x-a}+\frac{a+1}{x+1}$

3.Giải các hệ phương trình sau

a) $\begin{cases} x+y=24 \\ \frac{x}{9}+\frac{y}{7}=2\frac{8}{9} \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x+4y-5=0 \\ 2x-5y+12=0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2u^2-v^2=7 \\ u^2+2v^2=66 \end{cases}$

d) $\begin{cases} m+n+p=21 \\ n+p+q=24 \\ p+q+m=23 \\ q+m+n=22 \end{cases}$

4.Cho hệ phương trình $\begin{cases} (m+1)x-y=3 \\ mx+y=m \end{cases}$

a) Giải hệ với m = - $\sqrt{2}$

b) Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất sao cho x + y dương.

§4.CHỨNG MINH
BẰNG NHAU – SONG SONG, VUÔNG GÓC - ĐỒNG QUY, THẲNG HÀNG

A.KIẾN THỨC CƠ BẢN

1.Tam giác bằng nhau

a) Khái niệm: $\Delta ABC = \Delta A'B'C'$ khi $\begin{cases} \angle A = \angle A'; \angle B = \angle B'; \angle C = \angle C' \\ AB = A'B'; BC = B'C'; AC = A'C' \end{cases}$

b) Các trường hợp bằng nhau của hai tam giác: c.c.c; c.g.c; g.c.g.

c) Các trường hợp bằng nhau của hai tam giác vuông: hai cạnh góc vuông; cạnh huyền và một cạnh góc vuông; cạnh huyền và một góc nhọn.

d) Hệ quả: Hai tam giác bằng nhau thì các đường cao; các đường phân giác; các đường trung tuyến tương ứng bằng nhau.

2. Chứng minh hai góc bằng nhau

-Dùng hai tam giác bằng nhau hoặc hai tam giác đồng dạng, hai góc của tam giác cân, đều; hai góc của hình thang cân, hình bình hành, …

-Dùng quan hệ giữa các góc trung gian với các góc cần chứng minh.

-Dùng quan hệ các góc tạo bởi các đường thẳng song song, đối đỉnh.

-Dùng mối quan hệ của các góc với đường tròn.(Chứng minh 2 góc nội tiếp cùng chắn một cung hoặc hai cung bằng nhau của một đường tròn, …)

3. Chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau

-Dùng đoạn thẳng trung gian.

-Dùng hai tam giác bằng nhau.

-Ứng dụng tính chất đặc biệt của tam giác cân, tam giác đều, trung tuyến ứng với cạnh huyền của tam giác vuông, hình thang cân, hình chữ nhật, …

-Sử dụng các yếu tố của đường tròn: hai dây cung của hai cung bằng nhau, hai đường kính của một đường tròn, …

-Dùng tính chất đường trung bình của tam giác, hình thang, …

4. Chứng minh hai đường thẳng, hai đoạn thẳng song song

-Dùng mối quan hệ giữa các góc: So le bằng nhau, đồng vị bằng nhau, trong cùng phía bù nhau, …

-Dùng mối quan hệ cùng song song, vuông góc với đường thẳng thứ ba.

-Áp dụng định lý đảo của định lý Talet.

-Áp dụng tính chất của các tứ giác đặc biệt, đường trung bình của tam giác.

-Dùng tính chất hai dây chắn giữa hai cung bằng nhau của một đường tròn.

5. Chứng minh hai đường thẳng vuông góc

-Chứng minh chúng song song với hai đường vuông góc khác.

-Dùng tính chất: đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.

-Dùng tính chất của đường cao và cạnh đối diện trong một tam giác.

-Đường kính đi qua trung điểm của dây.

-Phân giác của hai góc kề bù nhau.

6. Chứng minh ba điểm thẳng hàng

-Dùng tiên đề Ơclit: Nếu AB//d; BC//d thì A, B, C thẳng hàng.

-Áp dụng tính chất các điểm đặc biệt trong tam giác: trọng tâm, trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp, …

-Chứng minh 2 tia tạo bởi ba điểm tạo thành góc bẹt: Nếu góc ABC bằng 180^0 thì A, B, C thẳng hàng.

-Áp dụng tính chất: Hai góc bằng nhau có hai cạnh nằm trên một đường thẳng và hai cạnh kia nằm trên hai nửa mặt phẳng với bờ là đường thẳng trên.

-Chứng minh AC là đường kính của đường tròn tâm B.

7.Chứng minh các đường thẳng đồng quy

-Áp dụng tính chất các đường đồng quy trong tam giác.

-Chứng minh các đường thẳng cùng đi qua một điểm: Ta chỉ ra hai đường thẳng cắt nhau tại một điểm và chứng minh đường thẳng còn lại đi qua điểm đó.

-Dùng định lý đảo của định lý Talet.

B.MỘT SỐ VÍ DỤ

VD1.Cho một nửa lục giác đều ABCD nội tiếp trong nửa đường tròn (O; R). Hai tiếp tuyến tại B và D cắt nhau ở T.

a) Chứng minh rằng OT//AB.(góc BAD = góc TOD)

b) Chứng minh ba điểm O, C, T thẳng hàng.(phân giác BOD; song song với AB)

c) Tính chu vi và diện tích của tam giác TBD theo R.(P = $3\sqrt{3}R$; S = $\frac{3R^2\sqrt{3}}{4}$)

d) Tính theo R diện tích giới hạn bởi hai cạnh TB, TD và cung BCD.

(S = $R^2\left(\sqrt{3}-\frac{\pi}{3}\right)$

VD2.Cho nửa đường tâm O đường kính AB = 2R, M là trung điểm AO. Các đường vuông góc với AB tại M và O cắt nửa đường tròn tại D và C.

a) Tính AD, AC, BD và DM theo R.(AD = R; AC = $R\sqrt{2}$; BD = $R\sqrt{3}$; DM = $\frac{R\sqrt{3}}{4}$)

b) Tính các góc của tứ giác ABCD.(ABD = 30^0; ABC = 45^0; BCD = 120^0; ADC = 135^0)

c) Gọi H là giao điểm của AC và BD; I là giao điểm của AD và BC. Chứng minh rằng IH vuông góc với AB.(AC, BD là các đường cao của tam giác IAB)

VD3.Cho tam giác ABC đều cạnh a. Kéo dài BC một đoạn CM = a.

a) Tính các góc của tam giác ACM.(ACM = 102^0; CAM = CMA = 30^0)

b) Chứng minh Am vuông góc với AB.(MAB = 90^0)

c) Kéo dài CA một đoạn AN = a và kéo dài AB một đoạn BP = a. Chứng tỏ tam giác MNP đều.(tgMCN = tgNAP = tgPBM)

C.MỘT SỐ BÀI TẬP CƠ BẢN

1.Cho hình vuông ABCD. Lấy điểm M trên đường chéo BD. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của M lên AB và AD.

a) Chứng tỏ: CF = DE; CF vuông góc với DE. Từ đó tìm quỹ tích giao điểm N của CF và DE. *(tgCFD = tgDAE; quỹ tích N là ¼ đường tròn-cung tròn DNO có đường kính CD)* *b)* Chứng tỏ: CM = EF và CM vuông góc với EF. *(tgCKM = tgFME, K là giao của FM và CB)*

c) Chứng minh rằng các đường thẳng CM, BF, DE đồng quy.*(CM, ED, FB là ba đường cao của tam giác CEF)*

2.Cho tam giác ABC vuông ở A. Đường tròn qua tâm O qua A tiếp xúc với BC tại B và đường tròn tâm I qua A tiếp xúc với BC tại C.

a) Chứng minh hai đường tròn (O) và (I) tiếp xúc nhau tại A.*(tgOAB; tgIAC cân; OAB + CAI + BAC = 180^0; O, I, A thẳng hàng)*

b) Từ O kẻ đường vuông góc với AB và từ I kẻ đường vuông góc với AC. Chứng minh chúng cắt nhau tại trung điểm M của BC.*(MA = MB = MC)*

c) Chứng minh MO vuông góc với MI.*(OMI = 90^0)*

d) Kéo dài BA cắt đường tròn tâm I ở P. Chứng minh C, P, I thẳng hàng.*(tính chất góc nội tiếp hoặc PIA + AIC = 180^0)*

3.Cho hai đường tròn (O), (O’) cắt nhau tại A và B sao cho góc OAO’ bằng 90^0. Qua A kẻ cát tuyến MAM’ vuông góc với AP trong đó P là trung điểm của OO’. M, M’ theo thứ tự là giao điểm của cát tuyến với hai đường tròn (O); (O’). Chứng minh:

a) AM = AM’.*(A là trung điểm của DC; OC, O’D vuông góc với MM’)*

b) Tam giác ABM cân.*(tgOAC = tgOHA)*

c) BM vuông góc với BM’.*(AB = AM’; t/c trung tuyến tam giác vuông)*

d) Với vị trí nào của cát tuyến MAM’ thì MM’có độ dài lớn nhất.*(MM’=2OO’; MM’//OO’)*

----

§5.PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI
$ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) *(1)*

***Trong trường hợp giải và biện luận, cần chú ý khi a = 0 phương trình trở thành bậc nhất một ẩn (§5).**

A.KIẾN THỨC CƠ BẢN

1.Các dạng và cách giải

Dạng 1: c = 0 khi đó

$$(1) \Leftrightarrow ax^2 + bx = 0 \Leftrightarrow x(ax+b) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -\dfrac{b}{a} \end{array}\right.$$

Dạng 2: b = 0 khi đó

$$(1) \Leftrightarrow ax^2 + c = 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{-c}{a}$$

-Nếu $\frac{-c}{a} \geq 0$ thì $x = \pm\sqrt{\frac{-c}{a}}$.

-Nếu $\frac{-c}{a} < 0$ thì phương trình vô nghiệm.

Dạng 3: Tổng quát

CÔNG THỨC NGHIỆM TỔNG QUÁT	CÔNG THỨC NGHIỆM THU GỌN
$\Delta = b^2 - 4ac$	$\Delta' = b'^2 - ac$
$\Delta > 0$ **: phương trình có 2 nghiệm phân biệt** $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}; \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$	$\Delta' > 0$**: phương trình có 2 nghiệm phân biệt** $x_1 = \frac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a}; \quad x_2 = \frac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a}$
$\Delta = 0$ **: phương trình có nghiệm kép** $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$	$\Delta' = 0$**: phương trình có nghiệm kép** $x_1 = x_2 = \frac{-b'}{a}$
$\Delta < 0$ **: phương trình vô nghiệm**	$\Delta' < 0$ **: phương trình vô nghiệm**

Dạng 4: Các phương trình đưa được về phương trình bậc hai

Cần chú ý dạng trùng phương, phương trình vô tỉ và dạng đặt ẩn phụ, còn dạng chứa ẩn ở mẫu và dạng tích đã nói ở §5.

3.Hệ thức Viet và ứng dụng

-Nếu phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ có hai nghiệm x_1, x_2 thì:

$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ P = x_1 x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

-Nếu có hai số u và v sao cho $\begin{cases} u + v = S \\ uv = P \end{cases}$ $\left(S^2 \geq 4P\right)$ thì u, v là hai nghiệm của phương trình $x^2 - Sx + P = 0$.

-Nếu $a + b + c = 0$ thì phương trình có nghiệm là $x_1 = 1$; $x_2 = \frac{c}{a}$.

-Nếu $a - b + c = 0$ thì phương trình có nghiệm là $x_1 = -1$; $x_2 = -\frac{c}{a}$.

4.Điều kiện có nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$

-(1) có 2 nghiệm $\Delta \geq 0$; có 2 nghiệm phân biệt $\Delta > 0$.

-(1) có 2 nghiệm cùng dấu $\begin{cases} \Delta \geq 0 \\ P > 0 \end{cases}$.

-(1) có 2 nghiệm dương $\begin{cases} \Delta \geq 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases}$

-(1) có 2 nghiệm âm $\begin{cases}\Delta \geq 0\\ P > 0\\ S < 0\end{cases}$

-(1) có 2 nghiệm trái dấu ac < 0 hoặc P < 0.

5. Tìm điều kiện của tham số để 2 nghiệm của phương trình thỏa mãn điều kiện nào đó.

a) $\alpha x_1 + \beta x_2 = \gamma$; b) $x_1^2 + x_2^2 = m$; c) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = n$

d) $x_1^2 + x_2^2 \geq h$; e) $x_1^3 + x_2^3 = t$; ...

Trong những trường hợp này cần sử dụng hệ thức Viet và phương pháp giải hệ phương trình.

B.MỘT SỐ VÍ DỤ

VD1. Giải các phương trình sau

a) $3x^2 + 2x = 0$ b) $-\frac{1}{2}x^2 + 8 = 0$ c) $x^2 + 3x - 10 = 0$

d) $\sqrt{2}x^2 + \left(\sqrt{2} - 1\right)x + 1 - 2\sqrt{2} = 0$ e) $x - 4\sqrt{x} + 3 = 0$ f) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) = 3$

Giải

a) $3x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow x(3x+2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0\\ x = -\frac{2}{3}\end{array}\right.$

Vậy phương trình có 2 nghiệm phân biệt …..

b) $-\frac{1}{2}x^2 + 8 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 16 \Leftrightarrow x = \pm 4$

Vậy phương trình có 2 nghiệm phân biệt …..

c) a = 1; b = 3; c = −10

$\Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4.1.(-10) = 49 > 0$

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3 + 7}{2.1} = 2$; $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3 - 7}{2.1} = -5$

Vậy phương trình có 2 nghiệm phân biệt …..

d) $a = \sqrt{2}$; $b = \sqrt{2} - 1$; $c = 1 - 2\sqrt{2}$

Có $a + b + c = \sqrt{2} + \sqrt{2} - 1 + 1 - 2\sqrt{2} = 0$

Theo hệ thức Viet, có: $x_1 = 1; x_2 = \frac{c}{a} = \frac{1 - 2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} - 4}{2}$

e) Đặt $t = \sqrt{x} \geq 0$, ta có pt mới: $t^2 - 4t + 3 = 0$.

Có a + b + c = 1 + (-4) + 3 = 0.

Vậy $t_1 = 1$; $t_2 = 3$.

Suy ra: $x_1 = 1$; $x_2 = 9$.

f) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)=3 \Leftrightarrow (x^2+5x+4)(x^2+5x+6)=3$

Đặt $x^2 + 5x + 4 = t$, ta có:

$t.(t + 2) = 3 \Leftrightarrow t^2 + 2t - 3 = 0 \Leftrightarrow (t-1)(t+3) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = -3 \end{array}\right.$

Suy ra: $\left[\begin{array}{l} x^2 + 5x + 4 = 1 \\ x^2 + 5x + 4 = -3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 + 5x + 3 = 0 \\ x^2 + 5x + 7 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\, x_1 = \dfrac{-5+\sqrt{13}}{2};\ x_2 = \dfrac{-5-\sqrt{13}}{2}\right.$

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt …

VD2.Cho phương trình $x^2 + 3x - m = 0$ (1)

a) Giải phương trình với m = 4.

b) Giải và biện luận theo m số nghiệm của phương trình (1).

c) Tìm m để (1) có nghiệm x= -2. Tìm nghiệm còn lại.

d) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn một trong các điều kiện sau:

1. $2x_1 + 3x_2 = 13$.
2. Nghiệm này lớn hơn nghiệm kia ba đơn vị.
3. $x_1^2 + x_2^2 = 11$.

e) Chứng tỏ rằng $\dfrac{1}{x_1}; \dfrac{1}{x_2}$ là nghiệm của phương trình $mx^2 - 3x - 1 = 0$. Trong đó x_1, x_2 là hai nghiệm của (1).

f) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm cùng dấu. Em có nhận xét gì về hai nghiệm đó.

Giải

a) Với m = 4 ta có: $x^2 + 3x - 4 = 0$ (a = 1; b = 3; c = -4)

Nhận thấy: a + b + c = 1 + 3 + (-4) = 0

Theo hệ thức Viet, có: $x_1 = 1$; $x_2 = \dfrac{c}{a} = -4$

b) có: $\Delta = b^2 - 4ac = 9 + 4m$

$\Delta > 0 \Leftrightarrow 9 + 4m > 0 \Leftrightarrow m > -\dfrac{9}{4}$

$x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-3+\sqrt{9+4m}}{2}$; $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-3-\sqrt{9+4m}}{2}$

$\Delta = 0 \Leftrightarrow 9 + 4m = 0 \Leftrightarrow m = -\dfrac{9}{4}$

$x_1 = x_2 = \dfrac{-b}{2a} = -\dfrac{3}{2}$

$\Delta < 0 \Leftrightarrow 9 + 4m < 0 \Leftrightarrow m < -\dfrac{9}{4}$ phương trình vô nghiệm.

c) Phương trình (1) có nghiệm x = -2, do đó:

$(-2)^2 + 3(-2) - m = 0 \Leftrightarrow m = -2$

-Tìm nghiệm thứ hai

cách 1: Thay m = -2 vào phương trình đã cho: $x^2 + 3x + 2 = 0$

có $a - b + c = 1 - 3 + 2 = 0$ nên $x_1 = -1$; $x_2 = \frac{-c}{a} = -2$

Vậy nghiệm còn lại là x = - 1.

Cách 2: Ta có $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \Rightarrow x_2 = -\frac{b}{a} - x_1 = -3 - (-2) = -1$

Cách 3: Ta có $x_1x_2 = \frac{c}{a} \Rightarrow x_2 = \frac{c}{a} : x_1 = \frac{-m}{-2} = -1$

d) Phương trình có hai nghiệm thỏa mãn $2x_1 + 3x_2 = 13 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \geq 0 \\ x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1x_2 = \frac{c}{a} \\ 2x_1 + 3x_2 = 13 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -\frac{9}{4} \\ x_1 + x_2 = -3 \\ x_1x_2 = -m \\ 2x_1 + 3x_2 = 13 \end{cases}$ giải hệ tìm được $x_1 = -22$; $x_2 = 19$; $m = 418$.

-Tương tự ta tìm được ($x_1 = -2$; $x_2 = -3$; $m = -6$); (m=1)

e) Ta có $\begin{cases} \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1x_2} = \frac{3}{m} \\ \frac{1}{x_1} \cdot \frac{1}{x_2} = \frac{1}{x_1.x_2} = -\frac{1}{m} \end{cases}$ mà $\left(\frac{3}{m}\right)^2 - 4\left(-\frac{1}{m}\right) = \frac{9}{m^2} + \frac{4}{m} = \frac{9 + 4m}{m^2} \geq 0$

Vậy $\frac{1}{x_1}; \frac{1}{x_2}$ là hai nghiệm của phương trình

$x^2 - \frac{3}{m}x - \frac{1}{m} = 0 \Leftrightarrow mx^2 - 3m - 1 = 0$

f) Phương trình có hai nghiệm cùng dấu $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \geq 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -\frac{9}{4} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{9}{4} \leq m < 0$

Hai nghiệm này luôn âm. Vì S = - 3.

C.MỘT SỐ BÀI TẬP CƠ BẢN

1.Giải các phương trình sau

a) $x^2 - 5x = 0$ b) $2x^2 + 3 = 0$ c) $x^2 - 11x + 30 = 0$ d) $x^2 - \left(1+\sqrt{2}\right)x + \sqrt{2} = 0$

e) $x^4 - 7x^2 + 12 = 0$ f) $\sqrt{(x-2)^2} - 5\sqrt{x-2} + 6 = 0$

g) $\frac{2}{x^2-4} - \frac{1}{x(x-2)} + \frac{x-4}{x(x+2)} = 0$ h) $(x+1)(x+2)(x+5)(x-2) = -20$

i) $2x^2 - 8x - 3\sqrt{2x^2 - 4x - 5} = 12$ k) $x^2 + \frac{1}{x^2} - 4,5\left(x + \frac{1}{x}\right) + 7 = 0$

2.Cho phương trình $x^2 - 2\sqrt{3}x + 1 = 0$, có hai nghiệm x_1, x_2. Không giải phương trình. Hãy tính giá trị các biểu thức sau:

$A = x_1^2 + x_2^2$; $B = x_1^3 + x_2^3$; $C = \frac{3x_1^2 + 5x_1x_2 + 3x_2^2}{4x_1^3x_2 + 4x_1x_2^3}$

3.Cho phương trình $x^2 + mx + m + 3 = 0$.

a) Giải phương trình với m = -2.

b) Giải và biện luận số nghiệm của phương trình.

c) Tính $x_1^2 + x_2^2$; $x_1^3 + x_2^3$ theo m.

d) Xác định giá trị của m để $x_1^2 + x_2^2 = 10$.

e) Tìm m để $2x_1 + 3x_2 = 5$.

f) Tìm m để phương trình có nghiệm x = -3. Tính nghiệm còn lại.

g) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm cùng dấu dương.

4.Cho phương trình bậc hai: $mx^2 - (5m-2)x + 6m - 5 = 0$.

a) Giải phương trình với m = 2.

b) Chứng minh phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt.

c) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm đối nhau.

d) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm là nghịch đảo của nhau.

e) Tìm m để phương trình có nghiệm là x = 0. Tìm nghiệm còn lại.

f) Tìm m để phương trình có hai nghiệm cùng âm.

5.Cho phương trình $x^2 - mx + m - 1 = 0$, ẩn x, tam số m.

a) Chứng tỏ phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 với mọi m. Tính nghiệm kép (nếu có) cùng giá trị tương ứng của m.

b) Đặt $A = x_1^2 + x_2^2 - 6x_1x_2$.

+) Chứng minh $A = m^2 - 8m + 8$.

+) Tìm m để A = 8.

+) Tìm giá trị nhỏ nhất của A và giá trị tương ứng của m.

6*.Cho phương trình bậc hai: $ax^2 + bx + c = 0$ với $abc \neq 0$.

a) Tìm điều kiện để phương trình có hai nghiệm x_1; x_2.

b) Lập phương trình nhận hai số $(x_1 + \alpha)$; $(x_2 + \alpha)$ làm nghiệm.

c) Lập phương trình nhận hai số αx_1; αx_2 làm nghiệm.

d) Lập phương trình nhận hai số $\frac{1}{x_1}; \frac{1}{x_2}$ làm nghiệm.

e) Lập phương trình nhận hai số $\frac{x_1}{x_2}; \frac{x_2}{x_1}$ làm nghiệm.

----

§6.CHỨNG MINH HAI TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG
HỆ THỨC HÌNH HỌC

A.KIẾN THỨC CƠ BẢN

1.Tam giác đồng dạng

-Khái niệm: $\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$ khi $\begin{cases} \angle A = \angle A'; \angle B = \angle B'; \angle C = \angle C' \\ \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} \end{cases}$

-Các trường hợp đồng dạng của hai tam giác: c – c – c; c – g – c; g – g.

-Các trường hợp đồng dạng của hai tam giác vuông: góc nhọn; hai cạnh góc vuông; cạnh huyền - cạnh góc vuông…

*Tính chất: Hai tam giác đồng dạng thì tỉ số hai đường cao, hai đường phân giác, hai đường trung tuyến tương ứng, hai chu vi bằng tỉ số đồng dạng; tỉ số hai diện tích bằng bình phương tỉ số đồng dạng.

2.Phương pháp chứng minh hệ thức hình học

-Dùng định lí Talet, tính chất đường phân giác, tam giác đồng dạng, các hệ thức lượng trong tam giác vuông, …

Giả sử cần chứng minh MA.MB = MC.MD

-Chứng minh hai tam giác MAC và MDB đồng dạng hoặc hai tam giác MAD và MCB.

-Trong trường hợp 5 điểm đó cùng nằm trên một đường thẳng thì cần chứng minh các tích trên cùng bằng tích thứ ba.

Nếu cần chứng minh MT^2 = MA.MB thì chứng minh hai tam giác MTA và MBT đồng dạng hoặc so sánh với tích thứ ba.

Ngoài ra cần chú ý đến việc sử dụng các hệ thức trong tam giác vuông; phương tích của một điểm với đường tròn.

B.MỘT SỐ VÍ DỤ

VD1. Cho hình bình hành ABCD. Từ đỉnh A kẻ cát tuyến bất kì cắt đường chéo BD tại E, cắt cạnh BC tại F và cắt cạnh CD tại G. Chứng minh:

a) Các tam giác DAE và BFE đồng dạng.

b) Các tam giác DGE và BAE đồng dạng.

c) $AE^2 = EF.EG$.

d) Tích BF.DG không đổi khi cát tuyến qua A thay đổi.

VD2. Cho hình bình hành ABCD. Từ C kẻ CM vuông góc với AB, CN vuông góc với AD. Giả sử AC > BD. Chứng minh rằng: $AB.AM + AD.AN = AC^2$.

C.MỘT SỐ BÀI TẬP CƠ BẢN

1. Cho tam giác ABC có ba góc đều nhọn. Các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Gọi M là trung điểm của BC. Đường thẳng qua H vuông góc với MH cắt AB tại P, cắt AC tại Q. Chứng minh:

a) $\Delta AHP \sim \Delta CMH$

b) $\Delta QHA \sim \Delta HMB$

c) HP = HQ.

2. Cho tam giác đều ABC. Gọi M là trung điểm của BC. Lấy P trên cạnh AB, Q trên cạnh AC sao cho góc PMQ bằng 60^0.

a) Chứng minh $\Delta MBP \sim \Delta QCM$. Từ đó suy ra PB.CQ có giá trị không đổi.

b) Kẻ MH vuông góc với PQ, chứng minh $\Delta MBP \sim \Delta QMP$; $\Delta QCM \sim \Delta QMP$.

c) CHứng minh độ dài MH không đổi khi P, Q chạy trên AB, AC và vẫn thỏa mãn điều kiện góc PMQ bằng 60^0.

3. Cho tam giác ABC có BC = a; AC = b; AB = c (b > c) và các phân giác BD, CE.

a) Tính độ dài CD, BE rồi suy ra CD > BE.

b) Vẽ hình bình hành BEKD, chứng minh CE > EK.

c) Chứng minh CE > BD.

---

§7.GIẢI BÀI TOÁN
BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH - HỆ PHƯƠNG TRÌNH

A.KIẾN THỨC CƠ BẢN

Phương pháp giải

Bước 1. Gọi ẩn và đặt điều kiện: Gọi một (hai) trong số những điều chưa biết làm ẩn và đặt điều kiện cho ẩn.

Bước 2. Biểu diễn các đại lượng chưa biết còn lại qua ẩn.

Bước 3. Lập phương trình (hệ phương trình): Dựa vào mối quan hệ giữa đại lượng đã biết và chưa biết.

Bước 4. Giải phương trình (hệ phương trình) vừa lập ở trên.

Bước 5. Kết luận: Kiểm tra giá trị tìm được với điều kiện rồi kết luận.

*Chú ý việc tóm tắt bài toán trước khi làm.

B.MỘT SỐ VÍ DỤ

1.Để đi đoạn đường từ A đến B, một xe máy đã đi hết 3h20 phút, còn một ôtô chỉ đi hết 2h30phút. Tính chiều dài quãng đường AB biết rằng vận tốc của ôtô lớn hơn vận tốc xe máy 20km/h.

	Quãng đường (km)	Thời gian (h)	Vận tốc (km/h)
Xe máy	x	3h20ph = $\frac{10}{3}$h	x: $\frac{10}{3} = \frac{3x}{10}$
Ôtô	x	2h30ph = $\frac{5}{2}$h	x: $\frac{5}{2} = \frac{2x}{5}$

Từ đó có phương trình $\frac{2x}{5} - \frac{3x}{10} = 20$, giải được x = 200 km.

	Vận tốc (km/h)	Thời gian (h)	Quãng đường (km)
Xe máy	x - 20	3h20ph = $\frac{10}{3}$h	$\frac{10}{3}(x-20)$
Ôtô	x	2h30ph = $\frac{5}{2}$h	$\frac{5}{2}x$

Từ đó có phương trình $\frac{5}{2}x = \frac{10}{3}(x-20)$, giải được x = 80 km/h.

	Vận tốc (km/h)	Thời gian (h)	Quãng đường (km)
Xe máy	x	3h20ph = $\frac{10}{3}$h	$\frac{10}{3}x$
Ôtô	x + 20	2h30ph = $\frac{5}{2}$h	$\frac{5}{2}(x+20)$

Từ đó có phương trình $\frac{10}{3}x = \frac{5}{2}(x+20)$, giải được x = 60 km/h.

Nhận xét: Trong các cách làm đó thì cách thứ nhất là ngắn gọn nhất.

C.MỘT SỐ BÀI TẬP CƠ BẢN

1.Cho 200g dung dịch có nồng độ muối là 10%. Phải pha thêm vào dung dịch đó một lượng nước là bao nhiêu để được dung dịch có nồng độ muối là 8%.
2.Có hai vòi nước, vòi 1 chảy đầy bể trong 1,5 giờ, vòi 2 chảy đầy bể trong 2 giờ. Người ta đã cho vòi 1 chảy trong một thời gian, rồi khóa lại và cho vòi 2 chảy tiếp, tổng cộng trong 1,8 giờ thì đầy bể. Hỏi mỗi vòi đã chảy trong bao lâu?
3.Tổng các chữ số hàng chục và hai lần chữ số hàng đơn vị của một số có hai chữ số bằng 18. Nếu đổi chỗ hai chữ số cho nhau thì được số mới lớn hơn số ban đầu là 54. Tìm số ban đầu.
4.Một đám đất hình chữ nhật có chu vi 124m. Nếu tăng chiều dài 5m và chiều rộng 3m thì diện tích tăng thêm 225m^2. Tính kích thước của hình chữ nhật đó.
5.Một cửa hàng trong ngày bán được một số xe đạp và xe máy. Biết rằng số xe đạp bán được nhiều hơn số xe máy là 5 chiếc và tổng bình phương của hai số này là 97. Hỏi cửa hàng bán được bao nhiêu xe mỗi loại.
6.Dân số hiện nay của một địa phương là 41618 người. Cách đây 2 năm dân số của địa phương đó là 40000 người. Hỏi trung bình mỗi năm dân số địa phương đó tăng bao nhiêu phần trăm.

---

§8.CHỨNG MINH TỨ GIÁC NỘI TIẾP

<u>A.KIẾN THỨC CƠ BẢN</u>

Phương pháp chứng minh

-Chứng minh bốn đỉnh của tứ giác cùng cách đều một điểm.

-Chứng minh tứ giác có hai góc đối diện bù nhau.

-Chứng minh hai đỉnh cùng nhìn đoạn thẳng tạo bởi hai điểm còn lại hai góc bằng nhau.

-Chứng minh tổng của góc ngoài tại một đỉnh với góc trong đối diện bù nhau.

-Nếu MA.MB = MC.MD hoặc NA.ND = NC.NB thì tứ giác ABCD nột tiếp. (Trong đó M = AB $\cap$ CD; N = AD $\cap$ BC)

-Nếu PA.PC = PB.PD thì tứ giác ABCD nội tiếp. (Trong đó P = AC $\cap$ BD)

-Chứng minh tứ giác đó là hình thang cân; hình chữ nhật; hình vuông; …

Nếu cần chứng minh cho nhiều điểm cùng thuộc một đường tròn ta có thể chứng minh lần lượt 4 điểm một lúc. Song cần chú ý tính chất "Qua 3 điểm không thẳng hàng xác định duy nhất một đường tròn"

<u>B.MỘT SỐ VÍ DỤ</u>

VD1.Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB, trên đó có điểm M. Trên đường kính AB lấy điểm C sao cho AC < CB. Kẻ hai tiếp tuyến Ax và By tại A và B với (O). Đường thẳng qua M vuông góc với MC cắt Ax ở P, đường thẳng qua C vuông góc với CP cắt By tại Q. Gọi D là giao điểm của CQ và BM. Chứng minh:

a) Các tứ giác ACMP, CDME nội tiếp.

b) AB//DE.

c) Ba điểm P, M, Q thẳng hàng.

VD2. Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn đường kính AA', đường cao AM.

a) Hai đường cao BN, CP cắt nhau tại H và PN cắt AA' tại S. Chứng minh các tứ giác BPNC và A'SNC nội tiếp.

b) Chứng minh PN vuông góc với AA'.

C.MỘT SỐ BÀI TẬP CƠ BẢN

1.Cho (O; R) và dây cung AB (AB < 2R). Trên tia AB lấy điểm C sao cho AC > AB. Từ C kẻ hai tiếp tuyến với đường tròn tại P và K. Gọi I là trung điểm của AB.

a) Chứng minh tứ giác CPIK nội tiếp.

b) Chứng minh hai tam giác ACP và PCB đồng dạng.

Từ đó suy ra $CP^2 = CB.CA$.

c) Gọi H là trực tâm của tam giác CPK, tính PH theo R.

d) Giả sử PA//CK, chứng minh tia đối của tia BK là tia phân giác của góc CBP.

2.Cho tam giác ABC cân tại A, một cung tròn phía trong tam giác tiếp xúc với AB, AC tại B và C. Từ điểm D trên cung BC kẻ các đường vuông góc DE với BC, DF với AC và DG với AB. Gọi M là giao điểm của BD và GE, N là giao điểm của EF và DC. Chứng minh:

a) Các tứ giác BEDG và CEDF nội tiếp.

b) $DE^2 = DF.DG$

c) Tứ giác EMDN nội tiếp, suy ra MN vuông góc với DE.

d) Nếu GB = GE thì EF = EC.

3.Từ điểm M trên đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, ta kẻ các đường vuông góc hạ xuống ba cạnh của tam giác $MH \perp AB$; $MI \perp BC$; $MK \perp AC$. Chứng minh:

a) Ba tứ giác AHMK, HBIM, ICKM nội tiếp.

b) Ba điểm H, I, K nằm trên một đường thẳng (đường thẳng Simson).

---

§9.HÀM SỐ - ĐỒ THỊ

A.KIẾN THỨC CƠ BẢN

1.Tính chất của hàm số bậc nhất y = ax + b ($a \neq 0$)

-Đồng biến khi a > 0; nghịch biến khi a < 0.

-Đồ thị là đường thẳng nên khi vẽ chỉ cần xác định hai điểm thuộc đồ thị.

+Trong trường hợp b = 0, đồ thị hàm số luôn đi qua gốc tọa độ.

+Trong trường hợp $b \neq 0$, đồ thị hàm số luôn cắt trục tung tại điểm b.

-Đồ thị hàm số luôn tạo với trục hoành một góc α , mà $tg\alpha = a$.

-Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(x_A; y_A)$ khi và chỉ khi $y_A = ax_A + b$.

2.Vị trí của hai đường thẳng trên mặt phẳng tọa độ

Xét hai đường thẳng: (d_1): $y = a_1x + b_1$; (d_2): $y = a_2x + b_2$ với $a_1 \neq 0$; $a_2 \neq 0$.

-Hai đường thẳng song song khi $a_1 = a_2$ và $b_1 \neq b_2$.

-Hai đường thẳng trùng nhau khi $a_1 = a_2$ và $b_1 = b_2$.

-Hai đường thẳng cắt nhau khi $a_1 \neq a_2$.

+Nếu $b_1 = b_2$ thì chúng cắt nhau tại b_1 trên trục tung.

+Nếu $a_1.a_2 = -1$ thì chúng vuông góc với nhau.

3. Tính chất của hàm số bậc hai $y = ax^2$ ($a \neq 0$)

-Nếu $a > 0$ thì hàm số nghịch biến khi $x < 0$, đồng biến khi $x > 0$.

Nếu $a < 0$ thì hàm số đồng biến khi $x < 0$, nghịch biến khi $x > 0$.

-Đồ thị hàm số là một Parabol luôn đi qua gốc tọa độ:

+) Nếu $a > 0$ thì parabol có điểm thấp nhất là gốc tọa độ.

+) Nếu $a < 0$ thì Parabol có điểm cao nhất là gốc tọa độ.

-Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(x_A; y_A)$ khi và chỉ khi $y_A = ax_A^2$.

4. Vị trí của đường thẳng và parabol

-Xét đường thẳng $x = m$ và parabol $y = ax^2$:

+) luôn có giao điểm có tọa độ là $(m; am^2)$.

-Xét đường thẳng $y = m$ và parabol $y = ax^2$:

+) Nếu $m = 0$ thì có 1 giao điểm là gốc tọa độ.

+) Nếu $am > 0$ thì có hai giao điểm có hoành độ là $x = \pm\sqrt{\frac{m}{a}}$

+) Nếu $am < 0$ thì không có giao điểm.

-Xét đường thẳng $y = mx + n$ ($m \neq 0$) và parabol $y = ax^2$:

+) Hoành độ giao điểm của chúng là nghiệm của phương trình hoành độ $ax^2 = mx + n$.

B.MỘT SỐ VÍ DỤ

VD1.Cho (P): $y = x^2$

1. Vẽ (P) trên hệ trục Oxy.

2. Trên (P) lấy hai điểm A và B có hoành độ lần lượt là 1 và 3. Hãy viết phương trình đường thẳng đi qua A và B.

3. Lập phương trình đường trung trực (d) của AB.

4. Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P).

5.Tính diện tích tứ giác có các đỉnh là A, B và các điểm 1; 3 trên trục hoành.

VD2.Trong cùng một hệ trục tọa độ, gọi (P), (d) lần lượt là đồ thị của các hàm số $y = -\frac{x^2}{4}; y = x + 1$.

a) Vẽ (P) và (d).

b) Dùng đồ thị để giải phương trình $x^2 + 4x + 4 = 0$ và kiểm tra lại bằng phép toán.

Phương trình đã cho $\Leftrightarrow -\frac{x^2}{4} = x + 1$. Nhận thấy đồ thị của hai hàm số vừa vẽ là đồ thị của $y = -\frac{x^2}{4}$ và $y = x + 1$.

Mà đồ thị hai hàm số đo tiếp xúc nhau tại A nên phương trình có nghiệm kép là hoành độ của điểm A.

c) Viết phương trình đường thẳng (d_1) song song với (d) và cắt (P) tại điểm có tung độ là - 4. Tìm giao điểm còn lại của (d_1) với (P).

VD3.Cho (P): $y = \frac{1}{4}x^2$ và đường thẳng (d) đi qua hai điểm A, B trên (P) có hoành độ lần lượt là – 2 và 4.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (P).

b) Viết phương trình đường thẳng (d).

c) Tìm M trên cung AB của (P) tương ứng với hoành độ x chạy trong khoảng từ - 2 đến 4 sao cho tam giác MAB có diện tích lớn nhất.

Do đáy AB không đổi nên để diện tích lớn nhất thì đường cao MH lớn nhất. MH lớn nhất khi là khoảng cách từ AB đến đường thẳng (d)//AB và tiếp xúc với (P).

Tìm được tọa độ của M $\left(1; \frac{1}{4}\right)$

C.MỘT SỐ BÀI TẬP CƠ BẢN

1.Cho (P): $y = ax^2$

a) Xác định a để đồ thị hàm số đi qua A(1; 1). Hàm số này đồng biến, nghịch biến khi nào.

b) Gọi (d) là đường thẳng đi qua A và cắt trục Ox tại điểm M có hoành độ m ($m \neq 1$). Viết phương trình (d) và tìm m để (d) và (P) chỉ có một điểm chung.

2.Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm A (-2; 2) và đường thẳng (d_1):

$$y = -2(x+1)$$

a) Giải thích vì sao A nằm trên (d_1).

b) Tìm a trong hàm số $y = ax^2$ có đồ thị là (P) qua A.

c) Viết phương trình đường thẳng (d_2) qua A và vuông góc với (d_1).

d) Gọi A, B là giao điểm của (P) và (d_2); C là giao điểm của (d_1) với trục tung. Tìm tọa độ của B và C. Tính diện tích của tam giác ABC.

3.Cho (P): $y = x^2$ và (d): $y = 2x + m$. Tìm m để (P) và (d):

a) Cắt nhau tại hai điểm phân biệt.

b) Tiếp xúc nhau.

c) Không giao nhau.

4.Trong hệ trục tọa độ Oxy gọi (P) là đồ thị của hàm số $y = x^2$.

a) Vẽ (P).

b) Gọi A, B là hai điểm thuộc (P) có hoành độ lần lượt là – 1 và 2. Viết phương trình đường thẳng AB.

c) Viết phương trình đường thẳng (d) song song với AB và tiếp xúc với (P).

5. Cho hai đường thẳng (d_1) và (d_2) có phương trình lần lượt là:

$$y = (m-2)x + 4 \text{ và } y = mx + m + 2.$$

a) Tìm m để (d_1) đi qua điểm A(1; 5). Vẽ đồ thị hai hàm số trên với m vừa tìm được.

b) Chứng tỏ rằng (d_1) luôn đi qua điểm cố định với $m \neq 2$.

c) Với giá trị nào của m thì $(d_1) // (d_2)$; $(d_1) \perp (d_2)$.

d) Tính diện tích phần giới hạn bởi hai đường thẳng (d_1), (d_2) và trục hoành trong trường hợp $(d_1) \perp (d_2)$.

PHẦN BÀI LUYỆN GIẢI CƠ BẢN

I. BIẾN ĐỔI CĂN THỨC

Bài 1. Tìm điều kiện xác định của các biểu thức sau

a) $\sqrt{2-5x}$ b) $\dfrac{1}{\sqrt{1-x}}$ c) $\dfrac{6x-3}{\sqrt{x}-\sqrt{1-x}}$ d) $\sqrt{\dfrac{2x-1}{x+2}}$

Bài 2. Thực hiện phép tính, rút gọn biểu thức

a) $2\sqrt{18}+3\sqrt{8}-3\sqrt{32}-\sqrt{50}$ b) $\left(7\sqrt{48}+3\sqrt{27}-2\sqrt{12}\right):\sqrt{3}$

c) $3\sqrt{8}-4\sqrt{18}+2\sqrt{50}$ d) $5\sqrt{12}+2\sqrt{75}-5\sqrt{48}$

e) $\sqrt{4+\sqrt{7}}-\sqrt{4-\sqrt{7}}-\sqrt{2}$ f) $\dfrac{2}{7+4\sqrt{3}}+\dfrac{2}{7-4\sqrt{3}}$

g) $\dfrac{1}{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}}$ h) $\dfrac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}}$

Bài 3. Giải các phương trình, bất phương trình sau

a) $1+\sqrt{2x}=10$ b) $\left(7+\sqrt{x}\right)\left(8-\sqrt{x}\right)=x+11$ c) $\sqrt{2+\sqrt{3+\sqrt{x}}}=3$

d) $\sqrt{16x^2}=3x+7$ e) $3\sqrt{3+5x}\geq 72$ f) $\sqrt{2+2\sqrt{2+\sqrt{2x}}}\geq 4$

II. HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Bài 1. Giải các hệ phương trình sau

1. $\begin{cases}3x+5y=3\\5x+2y=1\end{cases}$ 2. $\begin{cases}2x+3y=-2\\3x-2y=-3\end{cases}$ 3. $\begin{cases}3u+v=8\\7u-2v=23\end{cases}$ 4. $\begin{cases}\dfrac{x}{5}=1-\dfrac{y}{15}\\2x-5y=10\end{cases}$

5. $\begin{cases}x-6y=17\\5x+y=23\end{cases}$ 6. $\begin{cases}40x+3y=10\\20x-7y=5\end{cases}$ 7. $\begin{cases}\dfrac{1}{3}x+\dfrac{1}{4}y-2=0\\5x-y=11\end{cases}$ 8. $\begin{cases}4a-5b-10=0\\\dfrac{a}{5}-\dfrac{b}{3}+\dfrac{1}{3}=0\end{cases}$

9. $\begin{cases}6(x+y)=8+2x-3y\\5(y-x)=5+3x+2y\end{cases}$ 10. $\begin{cases}-2(2x+1)+1{,}5=3(y-2)-6x\\11{,}5-4(3-x)=2y-(5-x)\end{cases}$

11. $\begin{cases}(x-1)^2-(x+2)^2=9y\\(y-3)^2-(y+2)^2=5x\end{cases}$ 12. $\begin{cases}\dfrac{2}{x-2}+\dfrac{2}{y-1}=2\\\dfrac{2}{x-2}-\dfrac{3}{y-1}=1\end{cases}$ 13. $\begin{cases}3x^2+y^2=5\\x^2-3y^2=1\end{cases}$

14. $\begin{cases}x=2+z\\y=2+3z\\z-3x-3y=-2\end{cases}$ 15. $\begin{cases}x+y=3\\y+z=6\\z+x=1\end{cases}$ 16. $\begin{cases}x+y+z=12\\2x-3y+z=12\\x+y-2z=-9\end{cases}$

Bài 2. Với giá trị nào của tham số m thì

a) $\begin{cases}x+y=m+2\\3x+5y=2m\end{cases}$ có nghiệm nguyên. b) $\begin{cases}mx-2y=1\\3x+y=3\end{cases}$ vô nghiệm.

III. PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN

Bài 1. Giải các phương trình sau

a) $3x^2+12x=0$ b) $5x^2-10x=0$ c) $3x^2-12=0$ d) $\sqrt{3}x^2-1=0$

e) $x^2+5x+4=0$ f) $3x^2-7x+3=0$ g) $5x^2+31x+26=0$

h) $x^2-15x-16=0$ i) $19x^2-23x+4=0$ k) $2x^2+5\sqrt{3}x+11=0$

l) $\dfrac{y}{y^2-9}+\dfrac{3}{6y+2y^2}=\dfrac{1}{y^2-3y}$ m) $\dfrac{9x+12}{x^3-64}-\dfrac{1}{x^2+4x+16}=\dfrac{1}{x-4}$

n) $3x-\sqrt{x+14}=2$ p) $\left(x^2+x+1\right)\left(x^2+x+12\right)=12$ q) $x^2+\dfrac{1}{x^2}+x+\dfrac{1}{x}=\dfrac{27}{4}$

Bài 2. Cho phương trình $x^2+5x+4=0$. Không giải phương trình hãy tính:

a) $x_1^2x_2+x_1x_2^2$ b) $\dfrac{x_1}{x_2}+\dfrac{x_2}{x_1}$ c) $(x_1+2x_2)(2x_1+x_2)$ d) $\left(x_1+\dfrac{1}{x_2}\right)\left(\dfrac{1}{x_1}+x_2\right)$

Bài 3. Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $2x^2 – 7x – 3 = 0$. Hãy lập phương trình có nghiệm là:

a) $3x_1 ; 3x_2$ b) $\frac{1}{x_1}; \frac{1}{x_2}$ c) $x_1 x_2^2 ; x_1^2 x_2$ d) $\frac{1}{x_1^2}; \frac{1}{x_2^2}$ e) $\frac{x_1}{x_2}; \frac{x_2}{x_1}$ f) $x_1 + 2x_2 ; 2x_1 + x_2$

Bài 4. Cho phương trình $x^2 + (m + 2)x + 2m = 0$.

a) Giải và biện luận số nghiệm của phương trình.

b) Phương trình có một nghiệm $x = 3$. Tìm m và nghiệm còn lại.

c) Tìm m để $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = 2$.

d) Tìm m để $(2x_1 + x_2)(x_1 + 2x_2) \geq 0$.

e) Tìm biểu thức liên hệ giữa x_1 và x_2 mà không phụ thuộc vào m.

f) Tìm m để phương trình có hai nghiệm đối nhau.

g) Tìm m để phương trình có hai nghiệm cùng dấu. Có nhận xét gì về hai nghiệm đó.

IV. HÀM SỐ

Bài 1. Cho hàm số $y = (a – 3)x + b$ (d). Tìm các giá trị của a, b sao cho đường thẳng (d):

a) Đi qua hai điểm A(1; 2) và B(-3; 4).

b) Cắt trục tung tại điểm $1-\sqrt{2}$ và cắt trục hoành tại điểm $1+\sqrt{2}$.

c) Cắt hai đường thẳng $2y – 4x + 5 = 0$; $y = x – 3$ tại một điểm và song song với đường thẳng $y = -2x + 1$.

d) Đi qua điểm C (1; -3) và vuông góc với đường thẳng $y = x + 2$.

e) Tính diện tích phần giới hạn bởi hai đường thẳng ở câu d và trục tung.

Bài 2. Cho hai hàm số $y = x^2$ (P); $y = x + 2m – 1$ (d).

a) Vẽ đồ thị hai hàm số trên cùng hệ trục tọa độ khi (d) đi qua điểm A(1; 1).

b) Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm.

c) Tìm m để (d_1): $y = 2x – 1$ cắt (d) và (P) tại cùng một điểm.

d) Chứng minh rằng (d_2): $y = -x + m^2$ luôn cắt (P) tại hai điểm với mọi m.

V.GIẢI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH, HỆ PHƯƠNG TRÌNH

1.Cách đây 18 năm, hai người tuổi gấp đôi nhau. Nhưng nếu trong 9 năm nữa thì tuổi của người thứ nhất bằng $\frac{5}{4}$ tuổi của người thứ hai. Tính tuổi của mỗi người hiện tại.

2.Một ôtô dự định đi từ A đến B trong một thời gian nhất định. Nếu xe chạy với vận tốc 35 km/h thì đến chậm mất 2 giờ. Nếu xe chạy với vận tốc 50 km/h thì đến sớm hơn 1 giờ. Tính quãng đường AB và thời gian dự định lúc đầu.

3.Tìm hai số biết rằng bốn lần số thứ hai với năm làn số thứ nhất bằng 18040 và ba lần số thứ nhất hơn hai lần số thứ hai là 2002.

4.Hai thùng nước có dung tích tổng cộng là 175 lít. Một lượng nước đổ đầy thúng thứ nhất và $\frac{1}{3}$ thùng thứ hai thì cũng đổ đầy thùng thứ hai và $\frac{1}{2}$ thùng thứ nhất. Tính dung tích mỗi thùng.

5. “Cô gái làng bên đi lấy chồng. Họ hàng kéo đến thật là đông. Năm người một cỗ thừa ba cỗ. Ba người một cỗ chín người không.” Hỏi có bao nhiêu người, bao nhiêu cỗ.

6.Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không thì sau 6 giờ sẽ đầy bể. Nếu vòi thứ nhất chảy trong 2 giờ, vòi thứ hai chảy trong 3 giờ thì được $\frac{2}{5}$ bể. Hỏi mỗi vòi chảy một mình thì trong bao lâu sẽ đầy bể.

7.Một phong họp có 120 chỗ ngồi, nhưng số người đến họp là 165 người. Do đó người ta phải kê thêm 3 dãy ghế và mỗi dãy ghế phải thêm 1 người ngồi. Hỏi phòng họp lúc đầu có bao nhiêu dãy ghế, biết rằng phòng họp có không quá 20 dãy ghế ?

8.Một tầu thủy đi trên một khúc sông dài 100 km. Cả đi và về hết 10giờ 25 phút. Tính vận tốc của tầu thủy, biết vận tốc của dòng nước là 4 km/h.

9.Cạnh huyền của một tam giác vuông là 10m. Hai cạnh góc vuông hơn kém nhau 2m. Tính độ dài các cạnh góc vuông của tam giác.

=================@@@=================

VÒNG 2: (12 TIẾT)

NHỮNG CHUYÊN ĐỀ CHUYÊN SÂU

CHUYÊN ĐỀ 1: CỰC TRỊ ĐẠI SỐ

A.KIẾN THỨC CƠ BẢN

1.Định nghĩa

Tìm giá trị lớn nhất (max) hay giá trị nhỏ nhất (min) của biểu thức là xác định giá trị của biến để biểu thức đó đạt giá trị lớn nhất hay nhỏ nhất.

-Giá trị lớn nhất của biểu thức A: maxA.

Để tìm maxA cần chỉ ra $A \leq M$, trong đó M là hằng số. Khi đó maxA = M.

-Giá trị nhỏ nhất của biểu thức A: minA.

Để tìm minA cần chỉ ra $A \geq m$, trong đó m là hằng số. Khi đó minA = m.

2.Các dạng toán thường gặp

2.1. Biểu thức A có dạng đa thức bậc chẵn (thường là bậc hai):

Nếu $A = B^2 + m$ (đa thức 1 biến), $A = B^2 + C^2 + m$ (đa thức hai biến), … thì A có giá trị nhỏ nhất minA = m.

Nếu $A = - B^2 + M$ (đa thức 1 biến), $A = - B^2 – C^2 + M$ (đa thức hai biến), … thì A có giá trị lớn nhất maxA = M.

2.2. Biểu thức A có dạng phân thức:

2.2.1. Phân thức $A = \frac{m}{B}$, trong đó m là hằng số, B là đa thức.

-Nếu $mB > 0$ thì A lớn nhất khi B nhỏ nhất; A nhỏ nhất khi B lớn nhất.

-Nếu $mB < 0$ (giả sử $m < 0$) thì A lớn nhất khi B lớn nhất; A nhỏ nhất khi B nhỏ nhất.

2.2.2. Phân thức $A = \frac{B}{C}$, trong đó B có bậc cao hơn hoặc bằng bậc của C.

Khi đó ta dùng phương pháp tách ra giá trị nguyên để tách thành

$A = n + \frac{m}{C}$; $A = n + \frac{D}{C}$ trong đó m, n là hằng số; D là đa thức có bậc nhỏ hơn bậc C.

2.2.3. Phân thức $A = \frac{B}{C}$, trong đó C có bậc cao hơn bậc của B.

Cần chú ý tính chất: nếu A có giá trị lớn nhất thì $\frac{1}{A}$ có giá trị nhỏ nhất và ngược lại.

2.3. Biểu thức A có chứa dấu giá trị tuyệt đối, chứa căn thức bậc hai:

-Chia khoảng giá trị để xét.

-Đặt ẩn phụ đưa về bậc hai.

-Sử dụng các tính chất của giá trị tyệt đối:

$|a| + |b| \geq |a + b|$; $\left| |a| - |b| \right| \geq ||a| - |b||$ $\forall a, b$. Dấu “=” xảy ra khi $ab \geq 0$.

-Sử dụng một số bất đẳng thức quen thuộc.

Bất đẳng thức Côsi: $a_1, a_2, ..., a_n \ge 0 \Rightarrow \frac{1}{n}\left(a_1 + a_2 + ... + a_n\right) \ge \sqrt[n]{a_1 a_2 ... a_n}$ dấu “=” xảy ra khi $a_1 = a_2 = … = a_n$.

Bất đẳng thức Bu-nhi-a-cốp-ski: $\forall a_1, a_2, ..., a_n; b_1, b_2, ..., b_n$ có $\left(a_1^2 + a_2^2 + ... + a_n^2\right)\left(b_1^2 + b_2^2 + ... + b_n^2\right) \ge \left(a_1 b_1 + a_2 b_2 + ... + a_n b_n\right)^2$ dấu “=” xảy ra khi $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = ... = \frac{a_n}{b_n}$.

B.MỘT SỐ VÍ DỤ

Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất nếu có của các biểu thức sau

$A = -x^2 - 3x + 3; \quad B = 2x^2 + 2y + y^2 - 2x + 2xy + 2007$

$C = \frac{3}{4x^2 - 4x + 7}; \quad D = \frac{x^2}{x - 1} \quad (\forall x > 1)$

$E = |x - 1| + |x - 3|; \quad F = |2x - 1|^2 - 3|2x - 1| + 2$

$G = x + \sqrt{2 - x}; \quad H = \sqrt{1 - x} + \sqrt{1 + x}$

Giải

* $A = -\left[x^2 + 2.x.\frac{3}{2} + \left(\frac{3}{2}\right)^2\right] + 3 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = -\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{21}{4} \le \frac{21}{4} \quad \forall x$

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}$

Vậy maxA = $\frac{21}{4}$ khi x = - $\frac{3}{2}$.

* $B = \left(x^2 + 2xy + y^2 + 2y + 2x + 1\right) + \left(x^2 - 4x + 4\right) + 2002$

$= (x + y + 1)^2 + (x - 2)^2 + 2002 \ge 2002 \quad \forall x, y$

Dấu “=” xảy ra khi $\begin{cases} x + y + 1 = 0 \\ x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$

Vậy minB = 2002 khi x = 2 và y = - 3.

* $C = \frac{3}{(2x - 1)^2 + 6}$ mà $(2x - 1)^2 + 6 \ge 6 \quad \forall x \Rightarrow C \le \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad \forall x$

Dấu “=” xảy ra khi $x = \frac{1}{2}$.

Vậy maxC = $\frac{1}{2}$ khi $x = \frac{1}{2}$.

* $D = \dfrac{x^2 - 1 + 1}{x - 1} = x + 1 + \dfrac{1}{x-1} = x - 1 + \dfrac{1}{x-1} + 2$

Do x > 1 nên $x - 1 > 0;\ \dfrac{1}{x-1} > 0$ theo Bđt Côsi có

$$x - 1 + \frac{1}{x-1} \geq 2\sqrt{(x-1)\left(\frac{1}{x-1}\right)} = 2\sqrt{1} = 2$$

$\Rightarrow D \geq 4$. Dấu "=" xảy ra khi $x - 1 + \dfrac{1}{x-1} = 2 \Leftrightarrow x - 1 = \dfrac{1}{x-1} = 1 \Leftrightarrow x = 2$.

Vậy minD = 4 khi x = 2.

*

x		1		3	
x – 1	-	0	+		+
x - 3	-		-	0	+

Khi x < 1: E = 1 – x + 3 – x = 4 – 2x > 4 – 2.1 = 2.
Khi 1≤ x ≤ 3: E = x – 1 + 3 – x = 2.
Khi x > 3: E = x – 1 + x – 3 = 2x – 4 > 2.3 – 4 = 2.
Vậy minE = 2 khi 1≤x ≤ 3.

* Đặt $t = |2x - 1| \geq 0$ khi đó $F = t^2 - 3t + 2 = \left(t - \dfrac{3}{2}\right)^2 - \dfrac{1}{4} \geq -\dfrac{1}{4}\ \ \forall t$

Dấu "=" xảy ra khi $t = \dfrac{3}{2} \Leftrightarrow |2x - 1| = \dfrac{3}{2} \Leftrightarrow 2x - 1 = \pm\dfrac{3}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{5}{4} \\ x = -\dfrac{1}{4} \end{array}\right.$

Vậy $\min F = -\dfrac{1}{4}$ khi $x = \dfrac{5}{4}$ hoặc $x = -\dfrac{1}{4}$.

* ĐKXĐ: $\forall x \leq 2$

Đặt $t = \sqrt{2 - x} \geq 0 \Rightarrow t^2 = 2 - x \Rightarrow x = 2 - t^2$

$G = 2 - t^2 + t = -\left(t - \dfrac{1}{2}\right)^2 + \dfrac{9}{4} \leq \dfrac{9}{4}\ \forall t$

Dấu "=" khi và chỉ khi $t = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{2 - x} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow x = \dfrac{7}{4}$

Vậy maxG = $\dfrac{9}{4}$

khi $x = \frac{7}{4}$.

* ĐKXĐ: $-1\le x \le 1$

$H=\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x} \Rightarrow H^2 = 2+2\sqrt{1-x^2}$

Có $0\le\sqrt{1-x^2}\le 1 \Rightarrow 0 \le 2\sqrt{1-x^2} \le 2$

$\Rightarrow 2\le H^2 \le 4 \Rightarrow \sqrt{2} \le H \le 4$

Dấu "=" thứ nhất xảy ra khi và chỉ khi x = 1.

Dấu "=" thứ hai xảy ra khi và chỉ khi x = 0.

Vậy minA = $\sqrt{2}$ khi x = 1; maxA = 4 khi x = 0.

CHUYÊN ĐỀ 2:

SỰ TƯƠNG GIAO GIỮA CÁC ĐỒ THỊ TRÊN MẶT PHẲNG TOẠ ĐỘ

I) VÞ trÝ t•¬ng ®èi gi÷a ®•êng th¼ng (D) y=f(x) và ®–êng th¼ng (D') y=g(x)

Tr•íc hÕt ta cÇn nhí l¹i nh÷ng kiÕn thøc c¬ b¶n vÒ sù t•¬ng giao cña hai ®•êng th¼ng:

Cho (C) lµ ®å thÞ cña hµm sè y=f(x) vµ mét ®iÓm A(x_{A};y_A) ta sÏ cã:

A$\in(C) \Leftrightarrow Y_A = f(X_A)$; A$\notin(C) \Leftrightarrow Y_A \ne f(X_A)$

Muèn t×m to¹ ®é ®iÓm chung cña ®å thÞ hµm sè y=f(x) vµ y=g(x) ta t×m nghiÖm cña hÖ ph•¬ng tr×nh: $\begin{cases} y=f(x) \\ y=g(x) \end{cases}$

V× vËy hoµnh ®é giao ®iÓm chung cña hai ®å thÞ chÝnh lµ nghiªm cña hÖ ph•¬ng tr×nh trªn.

Ta cũng cÇn nhí l¹i vÞ trÝ t•¬ng ®èi cña hai ®•êng th¼ng:

cho ®•êng th¼ng y=ax+b ($a\ne 0$) (D) và y=$a'x+b'(a'\ne 0)$ (D') ph•¬ng tr×nh hoµnh ®é giao ®iÓm chung cña (D) vµ (D') lµ: $(a-a')x=b-b'$ (1)

- (D) // (D') $\Leftrightarrow$ ph•¬ng tr×nh (1) nghiÖm $\Leftrightarrow$ a=a' vµ b$\ne$ b'
- (D) trïng (D') $\Leftrightarrow$ ph•¬ng tr×nh(1) cã v« sè nghiªm $\Leftrightarrow$ a=a' vµ b$\ne$ b'
- (D) c¾t (D') $\Leftrightarrow$ ph•¬ng tr×nh(1) cã mét nghiÖm $\Leftrightarrow$ a $\ne$ a'

D¹ng1:T×m to¹ ®é giao ®iÓm cña hai ®•êng th¼ng.

VÝ dô1: cho hai hµm sè y=x+3 (d) vµ hµm sè y=2x+1 (d')

a)VÏ ®å thÞ hai hµm sè trªn cïng mét hÖ trôc to¹ ®é.

b)T×m to¹ ®é giao ®iÓm nÕu cã cña hai ®å thÞ.

Gi¶i:

a) vÏ ®å thÞ hai hµm sè

b)Hoµnh ®é giao ®iÓm lµ nghiÖm cña ph•¬ng tr×nh:$x+3=2x+1 \Leftrightarrow x=2$ suy ra $y=5$

VÝ dô2: Cho 3 ®•êng th¼ng lÇn l•ît cã ph•¬ng tr×nh:

(D_1) $y=x+1$; (D_2) $y=-x+3$; (D_3) $y=(m^2-1)x+m^2-5$ (víi $m \neq \pm 1$)

X¸c ®Þnh m ®Ó 3 ®•êng th¼ng (D_1) ,(D_2), (D_3) ®ång quy.

Gi¶i:

Hoµnh ®é giao ®iÓm B cña (D_1) ,(D_2) lµ:$-x+3=x+1 \Leftrightarrow x=1$ thay vµo $y=x+1$suy ra $y=2$ ®Ó 3 ®•êng th¼ng ®ång quy th× (D_3)ph¶I ®i qua ®iÓm B nªn ta thay $x=1;y=2$ vµo ph•¬ng tr×nh (D_3) ta cã: $2=(m^2-1)1+m^2-5 \Leftrightarrow m^2=4 \Leftrightarrow m=2;m=-2$.

VËy víi $m=2;m=-2$th× 3 ®•êng th¼ng (D_1) ,(D_2), (D_3) ®ång quy.

2) <u>VÞ trÝ t•¬ng ®èi gi÷a ®•êng th¼ng (D) y=f(x) vµ parabol (P) y=g(x).</u>

Ta cÇn nhí l¹i hoµnh ®é ®iÓm chung cña (D)vµ (P) lµ nghiÖm cña ph•¬ng tr×nh

$f(x)= g(x)$ (2).ph•¬ng tr×nh(2) lµ ph•¬ng tr×nh bËc hai.Ta thÊy:

(D) vµ (P) kh«ng cã ®iÓm chung$\Leftrightarrow$ph•¬ng tr×nh(2) v« nghiÖm$\Leftrightarrow \Delta < 0$

D) tiÕp xóc (P) $\Leftrightarrow$ph•¬ng tr×nh(2) cã mét nghiÖm$\Leftrightarrow \Delta = 0$

D) c¾t (P) t¹i hai ®iÓm $\Leftrightarrow$ ph•¬ng tr×nh(2) cã hai nghiÖm $\Leftrightarrow \Delta > 0$

Sau ®©y lµ mét sè bµi to¸n vÒ sù biÖn luËn gi÷a ®•êng th¼ng vµ parabol.

D¹ng 1: Bµi to¸n chøng minh

C/minh r»ng:§•êng th¼ng (D):$y=4x-3$ tiÕp xóc víi parabol (P): $y=2x^2-4(2m-1)x+8m^2-3$

Gi¶i:

Hoµnh ®é giao ®iÓm chung cña (D) vµ (P) lµ nghiÖm cña ph•¬ng tr×nh:

$2x^2-4(2m-1)x+8m^2-3=4x-3 \Leftrightarrow 2x^2-8mx+8m^2=0 \Leftrightarrow x^2+4mx+4m^2=0$

Ta cã: $\Delta = 16m^2 - 16m^2 = 0$ víi mäi gi¸ trÞ cña m nªn §•êng th¼ng (D):$y=4x-3$ tiÕp xóc víi parabol (P):$y=2x^2-4(2m-1)x+8m^2-3$

D¹ng 2: Bµi to¸n t×m ®iÒu kiÖn

VÝ dô: Chøng minh r»ng ®•êng th¼ng (D):$y=x+2m$ vµ parabol(P):$y=-x^2-x+3m$

a)Víi gi¸ trÞ nµo cña m th×(D) tiÕp xóc víi parabol(P).

b) Víi gi¸ trÞ nµo cña m th×(D) c¾t parabol(P)t¹i hai ®iÓm ph©n biÖt A vµ B.t×m to¹ ®é giao ®iÓm A vµ B khi m=3

Gi¶i:

a)Hoµnh ®é giao ®iÓm chung cña (D) vµ (P) lµ nghiÖm cña ph•¬ng tr×nh:

$-x^2-x+3m=x+2m \Leftrightarrow -x^2-2x+m=0$

§•êng th¼ng (D) tiÕp xóc víi parabol (P) $\Leftrightarrow$ ph•¬ng tr×nh (3) cã nghiÖm kÐp

$\Leftrightarrow \Delta = 0 \Leftrightarrow 4+4m=0 \Leftrightarrow m=-1$.

b) §•êng th¼ng (D) c¾t parabol (P) $\Leftrightarrow$ph•¬ng tr×nh (3) cã 2 nghiÖm ph©n biÖt

$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow 4+4m>0 \Leftrightarrow m>-1$.

Khi m=3 th× hoµnh ®é giao ®iÓm cña (D) vµ (P) lµ nghiÖm cña ph•¬ng tr×nh

$-x^2-2x+3=0 \Leftrightarrow x=1$ hoÆc $x=3$

Tõ ®ã suy ra to¹ ®é giao ®iÓm A,B cña (D) vµ (P) lµ:A(1;7) B(3;9).

D¹ng 3:LËp ph•¬ng tr×nh tiÕp tuyÕn

VÝ dô: Cho ®•êng th¼ng (D):$y=ax+b$ t×m a vµ b biÕt:

a) ®•êng th¼ng (D) song song víi ®•êng th¼ng 2y+4x=5 vµ tiÕp xóc víi parabol (P):$y=-x^2$
b)§•êng th¼ng (D) vu«ng gãc víi ®•êng th¼ng x-2y+1=0 vµ tiÕp xóc víi parabol (P):$y=-x^2$
c) ®•êng th¼ng (D) tiÕp xóc víi parabol(P):$y=x^2-3x+2$ t¹i ®iÓm C(3;2)
Gi¶i:
a)Ta cã: $2y+4x=5 \Leftrightarrow y=-2x+5/2$ nªn ph•¬ng tr×nh ®•êng th¼ng (D) cã d¹ng: $y=-2x+b$ ($b\neq \frac{5}{2}$) theo c¸ch t×m cña d¹ng 2 ta t×m ®•îc b= $\frac{1}{4}$
VËy ph•¬ng tr×nh ®•êng th¼ng (D) lµ:y=-2x+1/4
b)Ta cã: $x-2y+1=0 \Leftrightarrow y=1/2x+1/2$.§•êng th¼ng (D) vu«ng gãc víi ®•êng th¼ng cã ph•¬ng tr×nh:$x-2y+1=0 \Leftrightarrow a.1/2=-1 \Leftrightarrow a=-2$ suy ra (D):y=-2x+b
Theo c¸ch lµm cña d¹ng 2,ta t×m ®•îc b=1.VËy ph•¬ng tr×nh ®•êng th¼ng (D) cã ph•¬ng tr×nh lµ:y=-2x+1
c)Ta cã:$C(3;2) \in (D) \Leftrightarrow 2=3a+b \Leftrightarrow b=2-3a$
Theo c¸ch lµm cña d¹ng 2 ta t×m ®•îc a=3 vµ suy ra b=-7 VËy ph•¬ng tr×nh ®•êng th¼ng (D) cã ph•¬ng tr×nh lµ:y=3x-7
D¹ng 4:X¸c ®Þnh to¹ ®é tiÕp ®iÓm.
VÝ dô:Cho parabol (P):$y=x^2-2x-3$
T×m c¸c ®iÓm trªn (P) mµ tiÕp tuyÕn cña (P) t¹i ®iÓm ®ã song song víi ®/th¼ng (D):y=-4x.
Gi¶i:
Gäi ®•êng th¼ng tiÕp xóc víi (P) lµ (d).
Do (d) song song víi (D) nªn d cã d¹ng:y=-4x+b ($b\neq 0$).Hoµnh ®é ®iÓm chung cña (p) vµ (d) lµ nghiÖm cña ph•¬ng tr×nh: $x^2-2x-3=-4x+b \Leftrightarrow x^2+2x-3+b=0$ (2)
Ta thÊy: (d) tiÕp xóc víi (P) $\Leftrightarrow$ ph•¬ng tr×nh (2) cã nghiÖm kÐp
$\Leftrightarrow \Delta' = 0 \Leftrightarrow 4+b=0 \Leftrightarrow b=-4$
Khi ®ã nÕu ®iÓm $A(x_0;y_0)$ lµ tiÕp ®iÓm cña (P) vµ (d) th×(do $A \in (p); A \in (d)$ nªn ta cã hÖ ph•¬ng tr×nh;
$$\begin{cases} y_0 = x_0^2 - 2x_0 - 3 \\ y_0 = -4x_0 - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ y_0 = 0 \end{cases}$$
D¹ng 5:X¸c ®Þnh parabol.
VÝ dô:X¸c ®Þnh parabol (P):$y=ax^2+bx+c$ tho¶ m·n:
a) (P) tiÕp xóc víi ®•êng th¼ng (D) :y=-5x+15 và đi qua hai điểm (0 ; -1) và (4 ; -5).
b) (P) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2 và cắt đường thẳng (D) : y = x - 1 tại hai điểm có hoành độ là 1 và 3.
Giải : a) (P) đi qua hai điểm (0 ; -1) và (4 ; -5)
$$\begin{cases} -1 = c \\ -5 = 16a + 4b + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -1 \\ b = -1 - 4a \end{cases}$$
Do đó parabol (P) là đồ thị của hàm số $y = ax^2 - (1 + 4a)x - 1$.
Hoành độ điểm chung của (D) và (P) là nghiệm phương trình :
$ax^2 - (1 + 4a)x - 1 = -5x + 15 \Leftrightarrow ax^2 - 4(a - 1)x - 16 = 0$ (5)
Đường thẳng (D) tiếp xúc với parabol (P) <=> Phương trình (5) có nghiệm kép

<=> Δ' = 0 <=> 4(a - 1)2 - 16a = 0<=> (a + 1)2 = 0 <=> a = -1.
Do đó : a = -1 ; b = 3 và c = -1.
Vậy (P) là đồ thị hàm số y = -x2 + 3x - 1.
b) Parabol (P) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2 nên (P) đi qua điểm (0 ; 2). (P) cắt đường thẳng (D) : y = x - 1 tại hai điểm có hoành độ là 1 và 3 <=> Giao điểm của (P) với đường thẳng (D) là : (1 ; 0) và (3 ; 2).
Vậy parabol (P) đi qua ba điểm (0 ; 2) ; (1 ; 0) và (3 ; 2) khi và chỉ khi

$$\begin{cases} 2 = c \\ 0 = a + b + c \\ 2 = 9a + 3b + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 2 \\ a + b = -2 \\ 3a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 2 \\ a = 1 \\ b = -3 \end{cases}$$

Do đó a = 1 ; b = -3 và c = 2.