

**BÀI TẬP NÂNG CAO SỐ HỌC LỚP 9**

**Câu 1:** Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $A = \frac{3}{2+\sqrt{3}} + \frac{13}{4-\sqrt{3}} + \frac{6}{\sqrt{3}}$

b)  $B = \frac{x\sqrt{y} - y\sqrt{x}}{\sqrt{xy}} + \frac{x-y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$  với  $x > 0; y > 0; x \neq y$

c)  $C = \frac{\sqrt{4-2\sqrt{3}}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$

d)  $D = (3\sqrt{2} + \sqrt{6})\sqrt{6-3\sqrt{3}}$

**Câu 2:** Cho biểu thức :

$$A = \left( \frac{1}{\sqrt{x-1}} + \frac{1}{\sqrt{x+1}} \right)^2 \cdot \frac{x^2-1}{2} - \sqrt{1-x^2}$$

- 1) Tìm điều kiện của x để biểu thức A có nghĩa .
- 2) Rút gọn biểu thức A .
- 3) Giải phương trình theo x khi  $A = -2$  .

**Câu 3:** Cho biểu thức :  $A = \left( \frac{a\sqrt{a}-1}{a-\sqrt{a}} - \frac{a\sqrt{a}+1}{a+\sqrt{a}} \right) : \frac{a+2}{a-2}$

- a) Với những giá trị nào của a thì A xác định .
- b) Rút gọn biểu thức A .
- c) Với những giá trị nguyên nào của a thì A có giá trị nguyên .

**Câu 4:**

a) Rút gọn biểu thức:

$A = \sqrt{45} - \sqrt{20}; B = \frac{m^2 - n^2}{m+n} + n; C = \left( \frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right) : \frac{x+1}{x-1}$  ( với  $x \geq 0; x \neq 1$  )

b) Chứng minh rằng  $0 \leq C < 1$

**Câu 5:** Cho biểu thức  $Q = \left( \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+1} - \frac{1}{a-\sqrt{a}} \right) : \left( \frac{1}{\sqrt{a}+1} + \frac{2}{a-1} \right)$  ( $a > 0; a \neq 1$ )

- a) Rút gọn Q.
- b) Tính giá trị của Q khi  $a = 3 + 2\sqrt{2}$  .
- c) Tìm các giá trị của Q sao cho  $Q < 0$ .

**Câu 6:** Cho biểu thức  $P = \left( \frac{\sqrt{x}-1}{3\sqrt{x}-1} - \frac{1}{3\sqrt{x}+1} + \frac{8\sqrt{x}}{9x-1} \right) : \left( 1 - \frac{3\sqrt{x}-2}{3\sqrt{x}+1} \right)$ .

- a) Tìm điều kiện của x để P có nghĩa.

b) Rút gọn P.

c) Tìm các giá trị của x để  $P = \frac{6}{5}$ .

**Câu 7:** Cho biểu thức  $P = \left( \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x+3}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-3}} - \frac{3x+3}{x-9} \right) : \left( \frac{2\sqrt{x}-2}{\sqrt{x+3}} \right)$ .

a) Tìm điều kiện của x để P có nghĩa.

b) Rút gọn P.

c) Tìm các giá trị nguyên của x để P có giá trị nguyên.

**Câu 8:** Cho biểu thức  $P = \left( \frac{1}{\sqrt{x+1}} - \frac{2\sqrt{x}-2}{x\sqrt{x}-\sqrt{x}+x-1} \right) : \left( \frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2}{x-1} \right)$  với  $x \geq 0; x \neq 1$ .

a) Rút gọn P.

b) Tìm các giá trị nguyên của x để P có giá trị nguyên.

c) Tìm GTNN của P và giá trị tương ứng của x.

**Câu 9:** Cho biểu thức  $P = \left( \frac{\sqrt{x}-2}{x-1} - \frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1} \right) : \left( \frac{2}{x^2-2x+1} \right)$  với  $x \geq 0; x \neq 1$ .

a) Rút gọn P.

b) Tìm các giá trị của x để  $P > 0$ .

c) Tính giá trị của P khi  $x = 7 - 4\sqrt{3}$ .

d) Tìm GTLN của P và giá trị tương ứng của x.

**VẤN ĐỀ II: GIẢI PHƯƠNG TRÌNH – HỆ PHƯƠNG TRÌNH**

**Câu 1:** Giải pt và hệ phương trình:

a)  $\frac{x-1}{2} + 1 = \frac{x+1}{4}$

b)  $\begin{cases} x = 2y \\ x - y = 5 \end{cases}$

**Câu 2:** Giải các phương trình sau :

a)  $\frac{1}{x-2} + \frac{3}{6-x} = 2$

b)  $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$

c)  $2x^2 - 3x + 1 = 0$ .

**Câu 3:** Giải pt và hệ phương trình sau:

a)  $\begin{cases} x + y = 3 \\ x + 2y = 6 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ x - y = \frac{15}{2} \end{cases}$

c)

$\sqrt{2}x^2 - 5\sqrt{2}x + 4\sqrt{2} = 0$

**Câu 4:** Cho phương trình bậc hai :  $x^2 + \sqrt{3}x - \sqrt{5} = 0$  và gọi hai nghiệm của phương trình là  $x_1$  và  $x_2$ . Không giải phương trình, tính giá trị của các biểu thức sau :

a)  $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$

b)  $x_1^2 + x_2^2$

c)  $\frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3}$

d)  $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$

**Câu 4:** giải phương trình, hpt, bpt sau:

a)  $6 - 3x \geq -9$

b)  $\frac{2}{3}x + 1 = x - 5$

c)  $2(x + 1) = 4 - x$

d)  $(2 - \sqrt{x})(1 + \sqrt{x}) = -x + \sqrt{5}$

e) 
$$\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 1 \\ \frac{3}{x} + \frac{4}{y} = 5 \end{cases}$$

**Câu 5:** Cho phương trình bậc hai ẩn số x:  $x^2 - 2(m + 1)x + m - 4 = 0$  (1).

a) Giải phương trình (1) khi  $m = -5$ .

b) Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt  $x_1; x_2$  với mọi giá trị của m.

c) Tìm GTNN của biểu thức  $M = |x_1 - x_2|$ .

**Câu 6:** Cho phương trình bậc hai ẩn số x:  $x^2 - 2mx - m^2 - 1 = 0$ . (1)

a) Chứng minh phương trình (1) luôn luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.

b) Hãy tìm một hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm  $x_1, x_2$  của phương trình mà không phụ thuộc vào m.

c) Tìm m thỏa mãn hệ thức  $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = -\frac{5}{2}$ .

**Câu 7:** Cho phương trình bậc hai ẩn số x:  $x^2 - 2(m + 1)x + m - 4 = 0$ . (1)

a) Chứng minh phương trình (1) luôn luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.

b) Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm phân biệt của phương trình (1).

Tìm m để  $3(x_1 + x_2) = 5x_1x_2$ .

**Câu 8:** Cho phương trình  $x^2 - 2(m - 1)x + 2m - 5 = 0$

a) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm trái dấu. Khi đó hai nghiệm mang dấu gì?

c) Tìm GTLN của biểu thức  $A = 4x_1x_2 - x_1^2 - x_2^2$ .

**Câu 9:** Cho Phương trình bậc hai ẩn số x:  $x^2 - 4x - m^2 - 1 = 0$  (1)

a) Chứng minh phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi giá trị của m.

b) Tính giá trị biểu thức  $A = x_1^2 + x_2^2$  biết  $2x_1 + 3x_2 = 13$ , ( $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình (1)).

**Câu 10:** Cho phương trình bậc hai ẩn số x:  $x^2 - (m - 1)x - m^2 + m - 2 = 0$  (1)

a) Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.

- b) Tìm những giá trị của  $m$  để phương trình (1) có hai nghiệm trái dấu.  
 c) Gọi  $x_1; x_2$  là hai nghiệm của phương trình (1). Tìm  $m$  để  $x_1^3 + x_2^3 > 0$ .

**Câu 11:** Cho phương trình:  $x^2 - mx + m - 1 = 0$  ( $m$  là tham số).

- a) Chứng tỏ phương trình luôn có hai nghiệm  $x_1, x_2$  với mọi giá trị của  $m$ .  
 Tính nghiệm kép (nếu có) của phương trình.  
 b) Tìm  $m$  sao cho phương trình có nghiệm này gấp hai lần nghiệm kia.  
 c) Đặt  $A = x_1^2 + x_2^2 - 6x_1x_2$ .  
 1. Tìm  $m$  để  $A = 8$ .  
 2. Tìm giá trị nhỏ nhất của  $A$ .

**Câu 12:** Cho phương trình:  $x^2 - 2(2m + 1)x + 2m - 4 = 0$ .

- a) Giải phương trình khi  $m = 1$  và chứng tỏ tích hai nghiệm của phương trình luôn nhỏ hơn 1.  
 b) Có giá trị nào của  $m$  để phương trình có nghiệm kép không?  
 c) Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình, chứng minh rằng biểu thức:  
 $M = x_1(1 - x_2) + x_2(1 - x_1)$  là một hằng số.

**Câu 13:** Cho phương trình  $x^2 - (m - 1)x - m^2 + m - 2 = 0$ .

- a) Chứng minh rằng với mọi giá trị của  $m$  phương trình luôn có hai nghiệm trái dấu.  
 b) Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng  $x_1^2 + x_2^2$ , trong đó  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình.  
 c) Tìm  $m$  để  $x_1 = 2x_2$ .

### VẤN ĐỀ III: HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ

**Câu 1:**a) Vẽ đồ thị (P):  $y = -2x^2$ .

b) Lấy 3 điểm A, B, C trên (P), A có hoành độ là  $-2$ , B có tung độ là  $-8$ , C có hoành độ là  $-1$ . Tính diện tích tam giác ABC. Em có nhận xét gì về cạnh AC của tam giác ABC

**Câu 2:**a) Vẽ đồ thị hàm số :  $y = -2x^2$

b) Viết phương trình đường thẳng qua 2 điểm A(1; 4) và B(-2; 1)

**Câu 3:** Cho hàm số  $y = x^2$  và  $y = x + 2$

- a) Vẽ đồ thị của các hàm số này trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy  
 b) Tìm tọa độ các giao điểm A, B của đồ thị hai hàm số trên bằng phép tính  
 c) Tính diện tích tam giác OAB

**Câu 4:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d):  $y = (k - 1)x + 4$  ( $k$  là tham số) và parabol (P):  $y = x^2$ .

- a) Khi  $k = -2$ , hãy tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P);

- b) Chứng minh rằng với bất kỳ giá trị nào của  $k$  thì đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt;
- c) Gọi  $y_1; y_2$  là tung độ các giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P). Tìm  $k$  sao cho:  $y_1 + y_2 = y_1 y_2$ .

**Câu 5:** Cho hàm số :  $y = \frac{1}{2}x^2$

- 1) Nêu tập xác định, chiều biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.
- 2) Lập phương trình đường thẳng đi qua điểm  $(2, -6)$  có hệ số góc  $a$  và tiếp xúc với đồ thị hàm số trên.

**Câu 6:** Cho hàm số :  $y = \frac{x^2}{4}$  và  $y = -x - 1$

- a) Vẽ đồ thị hai hàm số trên cùng một hệ trục tọa độ.
- b) Viết phương trình các đường thẳng song song với đường thẳng  $y = -x - 1$  và cắt đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2}{4}$  tại điểm có tung độ là 4.

**Câu 7:** Cho đường thẳng (d) có phương trình:  $y = 3(2m + 3) - 2mx$  và Parabol (P) có phương trình  $y = x^2$ .

- a) Định  $m$  để hàm số  $y = 3(2m + 3) - 2mx$  luôn luôn đồng biến.
- b) Biên luận theo  $m$  số giao điểm của (d) và (P).
- c) Tìm  $m$  để (d) cắt (P) tại hai điểm có hoành độ cùng dấu.

**Câu 8:** Trong mặt phẳng tọa độ cho điểm A  $(-1; 2)$  và đường thẳng (d1):  $y = -2x + 3$

- a) Vẽ (d1). Điểm A có thuộc (d1) không? Tại sao?
- b) Lập phương trình đường thẳng (d2) đi qua điểm A và song song với đường (d1). Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng (d1) và (d2).

**Câu 9:** Cho các đường thẳng có phương trình như sau: (d1):  $y = 3x + 1$ , (d2):  $y = 2x - 1$  và (d3):  $y = (3 - m)^2 \cdot x + m - 5$  (với  $m \neq 3$ ).

- a) Tìm tọa độ giao điểm A của (d1) và (d2).
- b) Tìm các giá trị của  $m$  để các đường thẳng (d1), (d2), (d3) đồng quy.
- c) Gọi B là giao điểm của đường thẳng (d1) với trục hoành, C là giao điểm của đường thẳng (d2) với trục hoành. Tính đoạn BC.

#### VẤN ĐỀ IV: GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PT VÀ HPT

**Câu 1:** Hai giá sách có 450 cuốn. Nếu chuyển từ giá thứ nhất sang giá thứ hai 50 cuốn thì số sách ở giá thứ hai bằng  $\frac{4}{5}$  số sách ở giá thứ nhất. Tìm số sách lúc đầu ở mỗi giá.

**Câu 2:** Một đoàn xe vận tải nhận chuyên chở 15 tấn hàng. Khi sắp khởi hành thì 1 xe phải điều đi làm công việc khác, nên mỗi xe cũn lại phải chở nhiều hơn 0,5 tấn

hàng so với dự định. Hỏi thực tế có bao nhiêu xe tham gia vận chuyển. (biết khối lượng hàng mỗi xe chở như nhau)

**Câu 3:** Hai vòi nước cùng chảy vào 1 cái bể không có nước trong 6 giờ thì đầy bể. Nếu để riêng vòi thứ nhất chảy trong 2 giờ, sau đó đóng lại và mở vòi thứ hai chảy tiếp trong 3 giờ nữa thì được  $\frac{2}{5}$  bể. Hỏi nếu chảy riêng thì mỗi vòi chảy đầy bể trong bao lâu?

**Câu 4:** Một người đi xe máy khởi hành từ Hoài Ân đi Quy Nhơn. Sau đó 75 phút, trên cùng tuyến đường đó một Ô tô khởi hành từ Quy Nhơn đi Hoài Ân với vận tốc lớn hơn vận tốc của xe máy là 20 km/giờ. Hai xe gặp nhau tại Phù Cát. Tính vận tốc của mỗi xe, giả thiết rằng Quy Nhơn cách Hoài Ân 100 km và Quy Nhơn cách Phù Cát 30 km.

**Câu 5:** Một Ô tô khách và một Ô tô tải cùng xuất phát từ địa điểm A đi đến địa điểm B đường dài 180 km do vận tốc của Ô tô khách lớn hơn Ô tô tải 10 km/h nên Ô tô khách đến B trước Ô tô tải 36 phút. Tính vận tốc của mỗi Ô tô. Biết rằng trong quá trình đi từ A đến B vận tốc của mỗi Ô tô không đổi.

**Câu 6:** Một mô tô đi từ thành phố A đến thành phố B với vận tốc và thời gian đó dự định. Nếu mô tô tăng vận tốc thêm 5km/h thì đến B sớm hơn thời gian dự định là 20 phút. Nếu mô tô giảm vận tốc 5km/h thì đến B chậm hơn 24 phút so với thời gian dự định. Tính độ dài quãng đường từ thành phố A đến thành phố B.

**Câu 7:** Một ca nô xuôi dòng từ bến sông A đến bến sông B cách nhau 24 km ; cùng lúc đó, cũng từ A về B một bè nứa trôi với vận tốc dòng nước là 4 km/h. Khi đến B ca nô quay lại ngay và gặp bè nứa tại địa điểm C cách A là 8 km. Tính vận tốc thực của ca nô.

**Câu 8:** Khoảng cách giữa hai thành phố A và B là 180 km. Một Ô tô đi từ A đến B, nghỉ 90 phút ở B, rồi lại từ B về A. Thời gian lúc đi đến lúc trở về A là 10 giờ. Biết vận tốc lúc về kém vận tốc lúc đi là 5 km/h. Tính vận tốc lúc đi của Ô tô.

**Câu 9:** Cho một thửa ruộng hình chữ nhật có diện tích  $100m^2$ . Tính độ dài các cạnh của thửa ruộng. Biết rằng nếu tăng chiều rộng của thửa ruộng lên 2m và giảm chiều dài của thửa ruộng đi 5m thì diện tích của thửa ruộng tăng thêm  $5m^2$ .