

BÀI TẬP NÂNG CAO HÌNH HỌC 10

- 1 Cho tứ giác ABCD. Có thể xác định được bao nhiêu vector (khác $\vec{0}$) có điểm đầu và điểm cuối là các điểm A, B, C, D ?
- 2 Cho ΔABC có A' , B' , C' lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB.
 - a) Chứng minh: $\vec{BC'} = \vec{C'A} = \vec{A'B'}$.
 - b) Tìm các vector bằng $\vec{B'C'}$, $\vec{C'A'}$.
- 3 Cho tứ giác ABCD. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD, AD, BC. Chứng minh: $\vec{MP} = \vec{QN}$; $\vec{MQ} = \vec{PN}$.
- 4 Cho hình bình hành ABCD có O là giao điểm của hai đường chéo. Chứng minh:
 - a) $\vec{AC} - \vec{BA} = \vec{AD}$; $|\vec{AB} + \vec{AD}| = AC$.
 - b) Nếu $|\vec{AB} + \vec{AD}| = |\vec{CB} - \vec{CD}|$ thì ABCD là hình chữ nhật.
- 5 Cho 6 điểm A, B, C, D, E, F. Chứng minh:
 - a) $\vec{AB} + \vec{DC} = \vec{AC} + \vec{DB}$
 - b) $\vec{AD} + \vec{BE} + \vec{CF} = \vec{AE} + \vec{BF} + \vec{CD}$.
- 6 Cho 4 điểm A, B, C, D. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD. Chứng minh:
 - a) Nếu $\vec{AB} = \vec{CD}$ thì $\vec{AC} = \vec{BD}$
 - b) $\vec{AC} + \vec{BD} = \vec{AD} + \vec{BC} = 2\vec{IJ}$.
 - c) Gọi G là trung điểm của IJ. Chứng minh: $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$.
 - d) Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AC và BD; M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Chứng minh các đoạn thẳng IJ, PQ, MN có chung trung điểm.
- 7 Cho 4 điểm A, B, C, D. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của BC và CD. Chứng minh: $2(\vec{AB} + \vec{AI} + \vec{JA} + \vec{DA}) = 3\vec{DB}$.
- 8 Cho ΔABC . Bên ngoài tam giác vẽ các hình bình hành ABIJ, BCPQ, CARS. Chứng minh: $\vec{RJ} + \vec{IQ} + \vec{PS} = \vec{0}$.
- 9 Cho tam giác ABC, có AM là trung tuyến. I là trung điểm của AM.
 - a) Chứng minh: $2\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} = \vec{0}$.
 - b) Với điểm O bất kỳ, chứng minh: $2\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = 4\vec{OI}$.
- 10 Cho ΔABC có M là trung điểm của BC, G là trọng tâm, H là trực tâm, O là tâm đường tròn ngoại tiếp. Chứng minh:
 - a) $\vec{AH} = 2\vec{OM}$
 - b) $\vec{HA} + \vec{HB} + \vec{HC} = 2\vec{HO}$
 - c) $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{OH}$.
- 11 Cho hai tam giác ABC và $A'B'C'$ lần lượt có các trọng tâm là G và G' .
 - a) Chứng minh $\vec{AA'} + \vec{BB'} + \vec{CC'} = 3\vec{GG'}$.
 - b) Từ đó suy ra điều kiện cần và đủ để hai tam giác có cùng trọng tâm.
- 12 Cho tam giác ABC. Gọi M là điểm trên cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Chứng minh: $\vec{AM} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AC}$.
- 13 Cho tam giác ABC. Gọi M là trung điểm của AB, D là trung điểm của BC, N là điểm thuộc AC sao cho $\vec{CN} = 2\vec{NA}$. K là trung điểm của MN. Chứng minh:

- a) $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$ b) $\overrightarrow{KD} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.
- 14 Cho ΔABC . Hãy xác định điểm M thỏa mãn điều kiện: $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$.
- 15 Cho đoạn thẳng AB có trung điểm I. M là điểm tùy ý không nằm trên đường thẳng AB. Trên MI kéo dài, lấy 1 điểm N sao cho $IN = MI$.
- a) Chứng minh: $\overrightarrow{BN} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{MB}$.
- b) Tìm các điểm D, C sao cho: $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NI} = \overrightarrow{ND}$; $\overrightarrow{NM} - \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{NC}$.
- 16 Cho hình bình hành ABCD.
- a) Chứng minh rằng: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AC}$.
- b) Xác định điểm M thỏa mãn điều kiện: $3\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$.
- 17 Cho tứ giác ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC.
- a) Chứng minh: $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC})$.
- b) Xác định điểm O sao cho: $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$.
- 18 Cho 4 điểm A, B, C, D. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB, CD, O là trung điểm của MN. Chứng minh rằng với điểm S bất kì, ta có: $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = 4\overrightarrow{SO}$.
- 19 Cho ΔABC . Hãy xác định các điểm I, J, K, L thỏa các đẳng thức sau:
- a) $2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0}$ b) $2\overrightarrow{JA} + \overrightarrow{JC} - \overrightarrow{JB} = \overrightarrow{CA}$
- c) $\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KC} = 2\overrightarrow{BC}$ d) $3\overrightarrow{LA} - \overrightarrow{LB} + 2\overrightarrow{LC} = \vec{0}$.
- 20 Cho ΔABC . Hãy xác định các điểm I, J, K, L thỏa các đẳng thức sau:
- a) $2\overrightarrow{IA} - 3\overrightarrow{IB} = 3\overrightarrow{BC}$ b) $\overrightarrow{JA} + \overrightarrow{JB} + 2\overrightarrow{JC} = \vec{0}$
- c) $\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB} - \overrightarrow{KC} = \overrightarrow{BC}$ d) $\overrightarrow{LA} - 2\overrightarrow{LC} = \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$.
- Cho tam giác ABC. Viết phương trình các cạnh, các đường trung tuyến, các đường cao của tam giác với:
- a) A(2; 0), B(2; -3), C(0; -1) b) A(1; 4), B(3; -1), C(6; 2)
- c) A(-1; -1), B(1; 9), C(9; 1) d) A(4; -1), B(-3; 2), C(1; 6)
- 21 Cho tam giác ABC, biết phương trình ba cạnh của tam giác. Viết phương trình các đường cao của tam giác, với:
- a) $AB: 2x - 3y - 1 = 0, BC: x + 3y + 7 = 0, CA: 5x - 2y + 1 = 0$
- b) $AB: 2x + y + 2 = 0, BC: 4x + 5y - 8 = 0, CA: 4x - y - 8 = 0$
- 22 Viết phương trình các cạnh và các trung trực của tam giác ABC biết trung điểm của các cạnh BC, CA, AB lần lượt là các điểm M, N, P, với:
- a) M(-1; -1), N(1; 9), P(9; 1) b) $M\left(\frac{3}{2}; -\frac{5}{2}\right), N\left(\frac{5}{2}; -\frac{7}{2}\right), P(2; -4)$

c) $M\left(2; -\frac{3}{2}\right), N\left(1; -\frac{1}{2}\right), P(1; -2)$ d) $M\left(\frac{3}{2}; 2\right), N\left(\frac{7}{2}; 3\right), P(1; 4)$

Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm M và cắt trên hai trục tọa độ 2 đoạn bằng nhau, với:

a) $M(-4; 10)$ b) $M(2; 1)$ c) $M(-3; -2)$ d) $M(2; -1)$

23 Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm M và cùng với hai trục tọa độ tạo thành một tam giác có diện tích S, với:

a) $M(-4; 10), S = 2$ b) $M(2; 1), S = 4$ c) $M(-3; -2), S = 3$ d) $M(2; -1), S = 4$

24 Tìm hình chiếu của điểm M lên đường thẳng d và điểm M' đối xứng với M qua đường thẳng d với:

a) $M(2; 1), d: 2x + y - 3 = 0$ b) $M(3; -1), d: 2x + 5y - 30 = 0$

c) $M(4; 1), d: x - 2y + 4 = 0$ d) $M(-5; 13), d: 2x - 3y - 3 = 0$

25 Lập phương trình đường thẳng d' đối xứng với đường thẳng d qua đường thẳng Δ , với:

a) $d: 2x - y + 1 = 0, \Delta: 3x - 4y + 2 = 0$ b) $d: x - 2y + 4 = 0, \Delta: 2x + y - 2 = 0$

c) $d: x + y - 1 = 0, \Delta: x - 3y + 3 = 0$ d) $d: 2x - 3y + 1 = 0, \Delta: 2x - 3y - 1 = 0$

26 Lập phương trình đường thẳng d' đối xứng với đường thẳng d qua điểm I, với:

a) $d: 2x - y + 1 = 0, I(2; 1)$ b) $d: x - 2y + 4 = 0, I(-3; 0)$

c) $d: x + y - 1 = 0, I(0; 3)$ d) $d: 2x - 3y + 1 = 0, I \equiv O(0; 0)$

27 Cho biết một giá trị lượng giác của một góc, tính giá trị của một biểu thức:

a) $\sin x = \frac{1}{3}, 90^\circ < x < 180^\circ$. Tính $A = \frac{\tan x + 3 \cot x + 1}{\tan x + \cot x}$.

b) $\tan \alpha = \sqrt{2}$. Tính $B = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin^3 \alpha + 3 \cos^3 \alpha + 2 \sin \alpha}$

28 Chứng minh các đẳng thức sau:

a) $(\sin x + \cos x)^2 = 1 + 2 \sin x \cos x$ b) $\sin^4 x + \cos^4 x = 1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x$

c) $\tan^2 x - \sin^2 x = \tan^2 x \sin^2 x$ d) $\sin^6 x + \cos^6 x = 1 - 3 \sin^2 x \cos^2 x$

e) $\sin x \cos x (1 + \tan x)(1 + \cot x) = 1 + 2 \sin x \cos x$

29 Đơn giản các biểu thức sau:

a) $\cos y + \sin y \tan y$ b) $\sqrt{1 + \cos b} \sqrt{1 - \cos b}$ c) $\sin a \sqrt{1 + \tan^2 a}$

d) $\frac{1 - \cos^2 x}{1 - \sin^2 x} + \tan x \cot x$ e) $\frac{1 - 4 \sin^2 x \cos^2 x}{(\sin x + \cos x)^2}$

f) $\sin(90^\circ - x) + \cos(180^\circ - x) + \sin^2 x (1 + \tan^2 x) - \tan^2 x$

30 Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $\cos^2 12^\circ + \cos^2 78^\circ + \cos^2 1^\circ + \cos^2 89^\circ$ b) $\sin^2 3^\circ + \sin^2 15^\circ + \sin^2 75^\circ + \sin^2 87^\circ$