CÔNG THỨC CẦN NHỚ LỚP 11

1 .Các công thức lượng giác cơ bản:

* $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$
* $1+\tan^2\alpha=\dfrac{1}{\cos^2\alpha},\quad \alpha\neq\dfrac{\pi}{2}+k\pi, k\in Z$.
* $1+\cot^2\alpha=\dfrac{1}{\sin^2\alpha},\quad \alpha\neq k\pi, k\in Z$
* $\tan\alpha.\cot\alpha=1,\quad \alpha\neq k\dfrac{\pi}{2}, k\in Z$

2. Giá trị lượng giác các cung đối nhau:

* $\cos(-\alpha)=\cos\alpha$ * $\sin(-\alpha)=-\sin\alpha$
* $\tan(-\alpha)=-\tan\alpha$ * $\cot(-\alpha)=-\cot\alpha$

3. Giá trị lượng giác của các cung bù nhau:

* $\sin(\pi-\alpha)=\sin\alpha$ * $\cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha$
* $\tan(\pi-\alpha)=-\tan\alpha$ * $\cos(\pi-\alpha)=-\cot\alpha$

4. Giá trị lượng giác của các cung hơn kém π :

* $\sin(\alpha+\pi)=-\sin\alpha$ * $\cos(\alpha+\pi)=-\cos\alpha$
* $\tan(\alpha+\pi)=\tan\alpha$ * $\cot(\alpha+\pi)=\cot\alpha$

5. Giá trị lượng giác của các cung phụ nhau:

* $\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cos\alpha$ * $\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)=\sin\alpha$
* $\tan\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cot\alpha$ * $\cot\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)=\tan\alpha$

6.Giá trị lượng giác của các cung hơn kém $\dfrac{\pi}{2}$

$\sin\left(\alpha+\dfrac{\pi}{2}\right)=\cos\alpha$ $\cos\left(\alpha+\dfrac{\pi}{2}\right)=-\sin\alpha$

$\tan\left(\alpha+\dfrac{\pi}{2}\right)=-\cot\alpha$ $\cot\left(\alpha+\dfrac{\pi}{2}\right)=-\tan\alpha$

7. Công thức cộng:

* $\cos(a-b)=\cos a\,\cos b+\sin a\,\sin b$
* $\cos(a+b)=\cos a\,\cos b-\sin a\,\sin b$
* $\sin(a-b)=\sin a\,\cos b-\cos a\,\sin b$
* $\sin(a+b)=\sin a\,\cos b+\cos a\,\sin b$
* $\tan(a\pm b)=\dfrac{\tan a\pm\tan b}{1\mp\tan a.\tan b}$

8. Công thức nhân đôi và nhân ba:

$*\cos 2a=\cos^2 a-\sin^2 a$

$=2\cos^2 a-1$

$=1-2\sin^2 a$

$*\sin 2a=2\sin a.\cos a$

$*\tan 2a=\dfrac{2\tan a}{1-\tan^2 a}$

* $\text{Cos}3a=4\cos^3 a-3\cos a$
* $\text{Sin }3a=3\sin a-4\sin^3 a$

9.Công thức hạ bậc:

$*\cos^2 a=\dfrac{1+\cos 2a}{2}$ $*\sin^2 a=\dfrac{1-\cos 2a}{2}$

10. Công thúc biến đổi tích thành tổng:

* $\cos a\cos b=\dfrac{1}{2}\left[\cos(a+b)+\cos(a-b)\right]$
* $\sin a\sin b=-\dfrac{1}{2}\left[\cos(a+b)-\cos(a-b)\right]$
* $\sin a\cos b=\dfrac{1}{2}\left[\sin(a+b)+\sin(a-b)\right]$

11. Công thức biến đổi tổng thành tích:

* $\cos u+\cos v=2\cos\dfrac{u+v}{2}\cos\dfrac{u-v}{2}$
* $\cos u-\cos v=-2\sin\dfrac{u+v}{2}\sin\dfrac{u-v}{2}$
* $\sin u+\sin v=2\sin\dfrac{u+v}{2}\cos\dfrac{u-v}{2}$
* $\sin u-\sin v=2\cos\dfrac{u+v}{2}\sin\dfrac{u-v}{2}$

12. Vài tỉ số lượng giác thông dụng:

Cung	0(rad)	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tang	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\parallel$
cotg	$\parallel$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

13.Phương trình lượng giác cơ bản :

- **sinx = a** (1)

nếu α là 1 nghiệm của (1),nghĩa là $\sin\alpha$ = a

$(1)\Leftrightarrow \sin x=\sin\alpha\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\alpha+k2\pi\\ x=\pi-\alpha+k2\pi\end{array}\right.$ k$\in$ Z

- **cosx =a** (2)

nếu α là 1 nghiệm của (2),nghĩa là $\cos\alpha$ = a thì

(2) $\Leftrightarrow \cos x=\cos\alpha\Leftrightarrow x=\pm\alpha+k2\pi, k\in Z$

- **tanx = a** (3)

nếu α là 1 nghiệm của (3),nghĩa là $\tan\alpha = a$ thì

(3) $\Leftrightarrow \tan x = \tan\alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi \quad ,k \in Z$

• **cotx = a** (4)

nếu α là 1 nghiệm của (4),nghĩa là $\cot\alpha = a$ thì

(4) $\Leftrightarrow \cot x = \cot\alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi \quad , k \in Z$

Chú ý: sin x = a, cos x = a có nghiệm khi $|a| \le 1$

tanx = a, cotx = a có nghiệm với $\forall$ a

Gv:Phan Văn Thành-THPT Lê Hồng Phong-B.Hòa

14.Phương trình bậc nhất đối với sinx và cosx

* $a\sin x \pm b\cos x = c \Leftrightarrow \sqrt{a^2+b^2}\sin(x \pm \alpha) = c$
* $a\cos x \pm b\sin x = c \Leftrightarrow \sqrt{a^2+b^2}\cos(x \mp \alpha) = c$

(***cos nhớ đổi dấu***)

(Với $\cos\alpha = \dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}, \sin\alpha = \dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$)

Cả hai PT trên muốn tìm α bấm shif cos $\sqrt{a^2+b^2}$

<u>Chú ý</u> : Các PT trên có nghiệm $\Leftrightarrow a^2 + b^2 \ge c^2$

15. PT thuần nhấtbậc hai đối với sinx và cosx

Dạng: $a\sin^2x+b\sin x\cos x+c\cos^2x = d$ (6)

<u>Cách giải</u>:

B1:thử với cosx=0 có thoa (6) không?

B2:Chia 2 vế của (6) cho $\cos^2x \neq 0$ ta được pt:

$a\tan^2x + b\tan x + c = \dfrac{d}{\cos^2 x}$

$\Leftrightarrow a\tan^2x + b\tan x + c = d(1+\tan^2x)$

$\Leftrightarrow (a-d)\tan^2x + b\tan x + c - d = 0$ đây là ptb2 đã biết

16. Phương trình đối xứng đối với sinx và cosx

Dạng :a(sinx +bcosx)+bsinxcosx =c (7)

<u>Cách giải:</u> Đặt t = sinx +cosx đk : $|t| \le \sqrt{2}$

Khi đó sinxcosx $= \dfrac{t^2-1}{2}$ thay vào (7) ta được pt:

$at^2 + b\dfrac{t^2-1}{2} = c$ đây là pt bậc hai đã biết

<u>17.Qui tắc cộng</u>:Một công việc được hoàn thành bởi 1 trong 2 hành động.Nếu HĐ1 có m cách thực hiện, HĐ2 có n cách thực hiện không trùng với bkỳ cách nào của HĐ1 thì công việc đó cóm+n cách thực hiện

<u>18.Qui tắc nhân</u>: Một công việc được hoàn thành bởi 2 hành động liên tiếp.Nếu có m cách thực hiện HĐ1, Và ứng với mỗi cách đó có n cách thực hiện HĐ2 thì có m.n cách hoàn thành công việc.

Chú ý:Các qui tắc trên có thể mở rộng cho nhiều HĐ.

19.Hoán vị:Kết quả của sự sắp xếp n phần tử của A theo một thứ tự nào đó đgl một hoán vị của tập A.

Số hoán vị của A kí hiệu: P_n ta có:

$P_n = n.(n-1).(n-2)\ldots2.1 = n!$

20.Chỉnh hợp: Kết quả việc lấy k phần tử của A $(1 \le k \le n)$ Và xếp theo một thứ tự nào đó được gọi là một chỉnh hợp chập k của n phần tử.

$(C)' = 0$ (C: hằng số) $(x)' = 1$ $(C.x)' = C$	**Với u là một hàm số**
$(x^n)' = n.x^{n-1}$	$(u^n)' = n.u^{n-1}.u'$
$\left(\dfrac{1}{x}\right)' = -\dfrac{1}{x^2} \quad (x \neq 0)$	$\left(\dfrac{1}{u}\right)' = -\dfrac{u'}{u^2}$
$(\sqrt{x})' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}} \quad (x > 0)$	$(\sqrt{u})' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$
$(\sin x)' = \cos x$	$(\sin u)' = u'\cos u$
$(\cos x)' = -\sin x$	$(\cos u)' = -u'\sin u$
$(\tan x)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$	$(\tan u)' = \dfrac{u'}{\cos^2 u}$
$(\cot x)' = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$	$(\cot u)' = -\dfrac{u'}{\sin^2 u}$
Đạo hàm tổng ,Hiệu,Tích và Thương * $(u \pm v)' = u' \pm v'$ * $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'.v - u.v'}{v^2}$	* $(u.v)' = u'.v + u.v'$ * $(k.u)' = k.u'$ $(k \text{ là hang so})$
* PTTT của đồ thị hs :y=f(x) tại điểm $M(x_0;y_0)$: $y = y'(x_0).(x - x_0) + y_0$	

Số các chỉnh hợp chập k của n p.tử kí hiệu:A^k_n ta có :

$$A^k_n = \frac{n!}{(n-k)!}$$

21.Tổ hợp:Một tập con gồm k p.tử của A $(1 \le k \le n)$ được gọi là một tổ hợp chập k của n p.tử.

Số các tổ hợp chập k của n phần tử kí hiệu:C^k_n ta có :

$$C^k_n = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Tính chất: $C^k_n = C^{n-k}_n$ $\quad C^{k-1}_{n-1} + C^k_{n-1} = C^n_k$

22.Công thức nhị thức Niu-Tơn

$$(a+b)^n = C^0_n a^n + C^1_n a^{n-1}b + \ldots + C^k_n a^{n-k}b^k + \ldots + C^n_n b^n$$

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} c^k_n a^{n-k} b^k$$

23.Bảng công thức đạo hàm

24.Biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến:

Trong mp oxy cho điểm M(x;y),M’(x’;y’) và $\vec{v}(a;b)$

$T_{\vec{v}}(M) = M' \Leftrightarrow \begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases}$

25. Biểu thức tọa độ của phép Đối xứng trục:

- Trong mp oxy cho điểm M(x;y) gọi M'(x';y')= $Đ_d$(M)

  $*$ Nếu chọn d là trục ox,thì $\Leftrightarrow \begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases}$

  $*$. Nếu chọn d là trục oy,thì $\Leftrightarrow \begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases}$

26. Biểu thức tọa độ của phép Đối tâm:

- Trong mp oxy cho điểm M(x;y),I(a;b) gọi

M'=$Đ_I$(M)=(x';y'),khi đó $\begin{cases} x' = 2a - x \\ y' = 2b - y \end{cases}$

$*$ Nếu chọn I là gốc tọa độ O(0;0) thì:

M'=$Đ_O$(M)=(x';y'),khi đó $\begin{cases} x' = -x \\ y' = -y \end{cases}$

Gv:Phan Văn Thành-THPT Lê Hồng Phong-Biên Hòa