

ĐỀ CƯƠNG TOÁN 10 HK I

PHẦN I: ĐẠI SỐ

CHƯƠNG I: TẬP HỢP – MỆNH ĐỀ

Bài 1. Liệt kê các phần tử của các tập hợp sau:

- | | |
|---|--|
| 1/ $A = \{n \in \mathbb{N} 4 \leq n \leq 10\}$ | 2/ $B = \{n \in \mathbb{N}^* n < 6\}$ |
| 3/ $C = \{n \in \mathbb{N} n^2 - 4n + 3 = 0\}$ | 4/ $D = \{x \in \mathbb{N} (2x^2 - 3x)(x^2 + 2x - 3) = 0\}$ |
| 5/ $E = \{n \in \mathbb{N} n \text{ là ước của } 12\}$ | 6/ $F = \{n \in \mathbb{N} n \text{ là bội số của } 3 \text{ và nhỏ hơn } 14\}$ |
| 7/ $G = \{n \in \mathbb{N} n \text{ là ước số chung của } 16 \text{ và } 24\}$ | 8/ $H = \{n \in \mathbb{N} n \text{ là bội của } 2 \text{ và } 3 \text{ với } n \text{ nhỏ hơn } 16\}$ |
| 9/ $K = \{n \in \mathbb{N} n \text{ là số nguyên tố và nhỏ hơn } 20\}$ | 10/ $M = \{n \in \mathbb{N} n \text{ là số chẵn và nhỏ hơn } 10\}$ |
| 11/ $N = \{n \in \mathbb{N} n \text{ là số chia hết cho } 3 \text{ và nhỏ hơn } 19\}$ | 12/ $P = \{n^2 + 1 \in \mathbb{N} n \text{ là số tự nhiên và nhỏ hơn } 4\}$ |
| 13/ $Q = \left\{ \frac{n+3}{n+1} \in \mathbb{N} \mid n \text{ là số tự nhiên và nhỏ hơn } 6 \right\}$ | 14/ $R = \{n \in \mathbb{N} n \text{ là số chia } 3 \text{ dư } 1 \text{ và } n \text{ nhỏ hơn } 30\}$ |

Bài 2. Liệt kê các phần tử của các tập hợp sau:

- | | |
|---|---|
| 1/ $A = \{3k - 1 k \in \mathbb{Z}, -5 \leq k \leq 3\}$ | 2/ $B = \{x \in \mathbb{Z} x^2 - 9 = 0\}$ |
| 3/ $C = \{x \in \mathbb{Z} x \leq 3\}$ | 4/ $D = \{x x = 2k \text{ với } k \in \mathbb{Z} \text{ và } -3 < x < 13\}$ |
| 5/ $E = \{x \in \mathbb{Z} 2x + 3 < x + 6\}$ | 6/ $F = \{x \in \mathbb{Z} x + 5 = 2x + 4\}$ |
| 7/ $G = \{x \in \mathbb{Z} (x^2 - 3x + 2)(x^2 - \sqrt{3}x) = 0\}$ | 8/ $H = \left\{ \frac{k+2}{k^2} \mid k \in \mathbb{Z} \text{ với } 1 \leq k < 4 \right\}$ |

Bài 3. Liệt kê các phần tử của các tập hợp sau:

- | | |
|---|--|
| 1/ $A = \{x \in \mathbb{R} -3 \leq x < 5\}$ | 2/ $B = \{x \in \mathbb{R} x > -1\}$ |
| 3/ $C = \{x \in \mathbb{R} x \leq 3\}$ | 4/ $D = \{x \in \mathbb{R} x \leq 3\}$ |
| 5/ $E = \{x \in \mathbb{R} x - 1 \geq 2\}$ | 6/ $F = \{x \in \mathbb{R} 2x + 3 > 0\}$ |
| 7/ $F = \{x \in \mathbb{R} (x - 2)^2 < x^2 + 1\}$ | 8/ $G = \{x \in \mathbb{R} x(2x^2 + 3x - 5) = 0\}$ |

Bài 4.

- 1/ Tìm tất cả các tập con của tập hợp sau: $\{2, 3, c, d\}$
- 2/ Tìm tất cả các tập con của tập $C = \{x \in \mathbb{N} | x \leq 4\}$ có 3 phần tử
- 3/ Cho 2 tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ và $B = \{1; 2\}$. Tìm tất cả các tập hợp X thỏa mãn điều kiện: $B \subset X \subset A$.

Bài 5. Tìm $A \cap B; A \cup C; A \setminus B; B \setminus A$

1/ A là tập hợp các số tự nhiên lẻ không lớn hơn 10; $B = \{x \in \mathbb{Z}^* | x \leq 6\}$

2/ $A = (8; 15), B = [10; 2011]$

3/ $A = (2; +\infty), B = [-1; 3]$

4/ $A = (-\infty; 4], B = (1; +\infty)$

5/ $A = \{x \in \mathbb{R} | -1 \leq x \leq 5\}; B = \{x \in \mathbb{R} | 2 < x \leq 8\}$

CHƯƠNG II: HÀM SỐ BẬC NHẤT VÀ BẬC HAI

Bài 6. Tìm tập xác định của các hàm số

1/ $y = \frac{-3x}{x+2}$

2/ $y = \sqrt{-2x-3}$

3/ $y = \frac{3-x}{\sqrt{x-4}}$

4/ $y = \frac{2x-5}{(3-x)\sqrt{5-x}}$

5/ $y = \sqrt{2x+1} + \sqrt{4-3x}$

6/ $y = \frac{\sqrt{5-x}}{x^2-3x-10}$

7/ $y = \frac{\sqrt{2x-5}}{|x|-3}$

8/ $y = \frac{|x|}{\sqrt{x-2}} + \frac{5x^2}{-x^2+6x-5}$

9/ $y = \frac{2x}{\sqrt{x+1}} + \frac{3x}{x^2+1}$

10/ $y = \sqrt{2x+1} + \frac{|x-3|}{x}$

11/ $y = \frac{\sqrt{2x-5}+3}{x^2-4x-5}$

12/ $y = \frac{x-5}{|x^2-x-2|+|x+1|}$

13/ $y = \frac{\sqrt{-x+4}}{x^2-x}$

14/ $y = \sqrt[3]{x-2} + \sqrt{x^2+1}$

15/ $y = \frac{\sqrt{2-x} + \sqrt{2+x}}{|x|+1}$

16/ $y = \frac{\sqrt{x-1} - \sqrt{3-2x}}{|x|-1}$

17/ $y = \frac{1+\sqrt{x}}{x^2-x}$

18/ $y = \sqrt[3]{x-2} + \frac{1}{3-2x}$

19/ $y = \frac{x^2-4\sqrt{5-2x}}{3-x(x+2)}$

20/ $y = \sqrt{\frac{2x+3}{x^2+x+2}}$

Bài 7. Xét tính chẵn - lẻ của hàm số:

1/ $y = 4x^3 + 3x$

2/ $y = x^4 - 3x^2 - 1$

3/ $y = x^4 - 2|x| + 5$

4/ $y = \frac{2x^4 - 3x^2 + |2x| - 1}{|x| - 1}$

5/ $y = \frac{x^4 - 2x^2 + 3}{|x|(x^3 + x)}$

6/ $y = \frac{|x-2| - |x+2|}{x}$

7/ $y = \frac{2x^3 + x}{|x| - 2}$

8/ $y = \frac{\sqrt{2-x} + \sqrt{2+x}}{|x| + 1}$

9/ $y = \frac{|5x+2| - |5x-2|}{x^2 + 2}$

10/ $y = \frac{\sqrt{1-2x} + \sqrt{1+2x}}{4x}$

Bài 8. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị các hàm số:

- 1/ $y = 3x - 2$ 2/ $y = -2x + 5$ 3/ $y = \frac{2x-5}{3}$ 4/ $y = \frac{4-3x}{2}$

Bài 9. Xác định a, b để đồ thị hàm số $y = ax + b$ sau:

- 1/ Đi qua hai điểm $A(0;1)$ và $B(2;-3)$
 2/ Đi qua $C(4;-3)$ và song song với đường thẳng $y = -\frac{2}{3}x + 1$
 3/ Đi qua $D(1;2)$ và có hệ số góc bằng 2
 4/ Đi qua $E(4;2)$ và vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{1}{2}x + 5$
 5/ Cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x = 3$ và đi qua $M(-2;4)$
 6/ Cắt trục tung tại điểm có tung độ là -2 và đi qua $N(3;-1)$

Bài 10.

- 1/ Viết phương trình đường thẳng đi qua $A(4;3)$ và song song với đường thẳng $\Delta : y = 2x + 1$
 2/ Viết phương trình đường thẳng đi qua $B(-2;1)$ và vuông góc với đường thẳng $d : y = \frac{1}{3}x + 1$

Bài 11. Xét sự biến thiên và vẽ đồ thị các hàm số sau:

- 1/ $y = x^2 - 4x + 3$ 2/ $y = -x^2 - x + 2$ 3/ $y = -x^2 + 2x - 3$ 4/ $y = x^2 + 2x$

Bài 12. Tìm tọa độ giao điểm của các đồ thị hàm số sau:

- 1/ $y = x - 1$ và $y = x^2 - 2x - 1$ 2/ $y = -x + 3$ và $y = -x^2 - 4x + 1$
 3/ $y = 2x - 5$ và $y = x^2 - 4x + 4$ 4/ $y = 2x - 1$ và $y = -x^2 + 2x + 3$

Bài 13. Xác định parabol $y = ax^2 + bx + 1$ biết parabol đó:

- 1/ Đi qua hai điểm $A(1;2)$ và $B(-2;11)$ 2/ Có đỉnh $I(1;0)$
 3/ Qua $M(1;6)$ và có trục đối xứng có phương trình là $x = -2$ 4/ Qua $N(1;4)$ có tung độ đỉnh là 0

Bài 14. Tìm parabol $y = ax^2 - 4x + c$, biết rằng parabol đó:

- 1/ Đi qua hai điểm $A(1;-2)$ và $B(2;3)$ 2/ Có đỉnh $I(-2;-2)$
 3/ Có hoành độ đỉnh là -3 và đi qua điểm $P(-2;1)$
 4/ Có trục đối xứng là đường thẳng $x = 2$ và cắt trục hoành tại điểm $(3;0)$

Bài 15. Xác định parabol $y = ax^2 + bx + c$, biết rằng parabol đó:

- 1/ Có trục đối xứng $x = \frac{5}{6}$, cắt trục tung tại điểm $A(0;2)$ và đi qua điểm $B(2;4)$
- 2/ Có đỉnh $I(-1;-4)$ và đi qua $A(-3;0)$
- 3/ Đi qua $A(1;-4)$ và tiếp xúc với trục hoành tại $x = 3$
- 4/ Có đỉnh $S(2;-1)$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là 1
- 5/ Đi qua ba điểm $A(1;0), B(-1;6), C(3;2)$

Bài 16.

- 1/ Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx (a \neq 0)$, biết (P) có trục đối xứng là đường thẳng $x = -1$ và (P) qua $M(1;3)$.
Tìm các hệ số a, b
- 2/ Cho hàm số $y = 2x^2 + bx + c$ có đồ thị là một parabol (P) . Xác định b, c biết (P) nhận đường thẳng $x = -1$ làm trục đối xứng và đi qua $A(-2;5)$
- 3/ Cho hàm số $y = ax^2 - 4x + c$ có đồ thị (P) . Tìm a và c để (P) có trục đối xứng là đường thẳng $x = 2$ và đỉnh của (P) nằm trên đường thẳng $y = -1$

CHƯƠNG III: PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Bài 17. Giải các phương trình sau:

- | | |
|---|---|
| 1/ $\sqrt{x-3} + x = 1 + \sqrt{x-3}$ | 2/ $\sqrt{x-2} = \sqrt{2-x} + 1$ |
| 3/ $x\sqrt{x-1} = 2\sqrt{x-1}$ | 4/ $\sqrt{3x^2 + 5x - 7} = \sqrt{3x + 14}$ |
| 5/ $\sqrt{x+4} = 2$ | 6/ $\sqrt{x-1}(x^2 - x - 6) = 0$ |
| 7/ $\frac{3x^2 + 1}{\sqrt{x-1}} = \frac{4}{\sqrt{x-1}}$ | 8/ $\frac{x^2 + 3x + 4}{\sqrt{x+4}} = \sqrt{x+4}$ |
| 9/ $\sqrt{4x-7} = 2x-5$ | 10/ $\sqrt{x^2 + 2x - 1} = x - 1$ |
| 11/ $x - \sqrt{2x+16} = 4$ | 12/ $9x + \sqrt{3x-2} = 10$ |
| 13/ $\sqrt{x^2 + 6x + 9} = 2x-1 $ | 14/ $4 + \sqrt{-x^2 + 3x + 2} = 3x$ |
| 15/ $\sqrt{2x+1} - \sqrt{x-3} = 2$ | 16/ $\sqrt{3x+10} - \sqrt{x+2} = \sqrt{3x-2}$ |
| 17/ $x^2 - 3x + \sqrt{x^2 - 3x + 2} = 10$ | 18/ $3\sqrt{x^2 - 5x + 10} = 5x - x^2$ |
| 19/ $(x+4)(x-4) + 3\sqrt{x^2 - x + 3} + 5 = 0$ | 20/ $(x-3)(x+2) - 2\sqrt{x^2 - x + 4} + 10 = 0$ |

Bài 18. Giải các phương trình sau:

$$1/ \quad x-1 + \frac{2}{x-2} = \frac{2x-2}{x-2}$$

$$2/ \quad 1 + \frac{1}{x-3} = \frac{7-2x}{x-3}$$

$$3/ \quad \frac{x-2}{x+2} - \frac{1}{x} = \frac{2}{x(x-2)}$$

$$4/ \quad \frac{x^2+x-2}{x+2} = 10$$

$$5/ \quad \frac{4}{x-2} + x = \frac{3x-2}{x-2}$$

$$6/ \quad \frac{x+1}{2x-2} + \frac{3x}{2x-3} = 4$$

$$7/ \quad \frac{x+1}{2x-2} + \frac{3x}{2x-3} = 4$$

$$8/ \quad \frac{x+1}{x-1} - \frac{2x-1}{x-2} + 3 = 0$$

$$9/ \quad \frac{2x-5}{x+1} = \frac{3x-1}{x-1} - 1$$

$$10/ \quad \frac{2x-4}{x+1} + \frac{x+3}{2x-1} = 3$$

Bài 19. Giải các phương trình sau:

$$1/ \quad |2x+3| = 5$$

$$2/ \quad |2x+1| = |x-3|$$

$$3/ \quad |2x+5| = |3x-2|$$

$$4/ \quad |x+3| = 2x+1$$

$$5/ \quad |2x-4| = x-1$$

$$6/ \quad |2x-2| = x^2 - 5x + 6$$

$$7/ \quad |x-2| = 3x^2 - x - 2$$

$$8/ \quad |2x^2 - 5x + 5| = |x^2 + 6x + 5|$$

$$9/ \quad x^2 - 2|x-2| - 4 = 0$$

$$10/ \quad |x^2 - 4x + 2| = x - 2$$

$$11/ \quad 4x^2 + |2x-1| = 4x + 11$$

$$12/ \quad |x^2 - 1| + 4x = 1$$

$$13/ \quad |2x^2 - 5x + 4| = 2x - 1$$

$$14/ \quad 3x^2 + x - 4|x+2| + 8 = 0$$

Bài 20. Giải các phương trình sau:

$$1/ \quad x^4 + 3x^2 - 4 = 0$$

$$2/ \quad 2x^4 - x^2 - 3 = 0$$

$$3/ \quad 3x^4 - 6 = 0$$

$$4/ \quad -2x^4 + 6x^2 = 0$$

Bài 21. Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 3m = 0$. Định m để phương trình:

1/ Có 2 nghiệm phân biệt

2/ Có nghiệm (hay có 2 nghiệm)

3/ Có nghiệm kép và tìm nghiệm kép đó

4/ Có một nghiệm bằng -1 và tính nghiệm còn lại

5/ Có hai nghiệm thỏa $3(x_1 + x_2) = 4x_1x_2$

6/ Có hai nghiệm thỏa $x_1 = 3x_2$

Bài 22. Cho phương trình $x^2 + (m-1)x + m + 2 = 0$

1/ Giải phương trình với $m = -8$

2/ Tìm m để phương trình có nghiệm kép. Tìm nghiệm kép đó

3/ Tìm m để phương trình có hai nghiệm trái dấu

4/ Tìm m để phương trình có hai nghiệm thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 9$

Bài 23.

1/ Chứng minh rằng với mọi $x > 1$ ta có $4x - 5 + \frac{1}{x-1} \geq 3$

2/ Chứng minh rằng: $4 - 3x + \frac{4}{1-3x} \geq 7, \forall x < \frac{1}{3}$

3/ Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số: $y = 1 - 3x + \frac{3}{2-x}$ với mọi $x < 2$

4/ Với $x > 4$ hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $B = x + \frac{1}{x-4}$

Bài 24.

1/ Chứng minh rằng: $(x-1)(5-x) \leq 4, \forall x \in [1;5]$

2/ Tìm giá trị lớn nhất của hàm số : $y = (3-x)(2+x)$ với mọi $-2 \leq x \leq 3$

3/ Với mọi $x \in \left[-\frac{1}{2}; 2\right]$ hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $B = (2-x)(1+2x)$

4/ Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $y = x\sqrt{4-x^2}$ với $-2 \leq x \leq 2$

PHẦN 2: HÌNH HỌC

CHƯƠNG I: VÉCTƠ

Bài 1. Cho 6 điểm phân biệt A, B, C, D, E, F chứng minh:

- | | |
|--|--|
| 1/ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB}$ | 2/ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{EB}$ |
| 3/ $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}$ | 4/ $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{EB}$ |
| 5/ $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DE} - \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$ | 6/ $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD}$ |

Bài 2. Cho tam giác ABC

- | | |
|--|---|
| 1/ Xác định I sao cho $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} - \overrightarrow{IA} = \vec{0}$ | 2/ Tìm điểm M thỏa $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = \vec{0}$ |
| 3/ Với M là điểm tùy ý. Chứng minh: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$ | |
| 4/ Hãy xác định điểm M thỏa mãn điều kiện: $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{BA}$ | |

Bài 3.

- Cho tam giác ABC đều cạnh a. Tính $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|; |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$
- Cho tam giác ABC đều cạnh bằng 8, gọi I là trung điểm BC. Tính $|\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BI}|$
- Cho tam giác ABC đều, cạnh a, tâm O. Tính $|\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{OC}|$
- Cho hình chữ nhật ABCD, tâm O, AB = 12a, AD = 5a. Tính $|\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AO}|$
- Cho hình chữ nhật ABCD, biết AB = 4, BC = 3, gọi I là trung điểm BC. Tính $|\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{DI}|; |\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}|$
- Cho hình vuông ABCD cạnh a, tâm O. Tính độ dài của $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$
- Cho hình vuông ABCD có tâm O, cạnh bằng 6 cm. Tính độ dài các vector sau: $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}; \vec{v} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{DB}$

Bài 4.

- Cho hình bình hành ABCD. Gọi I là trung điểm của AB và M là một điểm thỏa $\overrightarrow{IC} = 3\overrightarrow{IM}$. Chứng minh rằng: $3\overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{BI} + \overrightarrow{BC}$. Suy ra B, M, D thẳng hàng
- Cho hình bình hành ABCD. Chứng minh rằng: $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DB}; \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$
- Cho hình bình hành ABCD, gọi O là giao điểm của hai đường chéo. Chứng minh rằng $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OA} = \vec{0}$
- Cho hình bình hành ABCD, gọi I là trung điểm của CD. Lấy M trên đoạn BI sao cho BM = 2MI. Chứng minh rằng ba điểm A, M, C thẳng hàng

- 5/ Cho hình bình hành ABCD có tâm O, gọi M là trung điểm BC. Chứng minh rằng: $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$
- 6/ Cho hình bình hành ABCD có tâm O. Với điểm M tùy ý hãy chứng minh rằng: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$
- 7/ Cho tam giác ABC. Bên ngoài của tam giác vẽ các hình bình hành ABIJ, BCPQ, CARS. Chứng minh rằng: $\overrightarrow{RJ} + \overrightarrow{IQ} + \overrightarrow{PS} = \vec{0}$

Bài 5.

- 1/ Gọi G và G' lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC và tam giác A'B'C'. Chứng minh rằng: $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = 3\overrightarrow{GG'}$
- 2/ Cho hai tam giác ABC và A'B'C'. Gọi G và G' lần lượt là trọng tâm của hai tam giác trên. Gọi I là trung điểm của GG'. Chứng minh rằng: $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{CI} + \overrightarrow{A'I} + \overrightarrow{B'I} + \overrightarrow{C'I} = \vec{0}$
- 3/ Cho tam giác MNP có MQ là trung tuyến của tam giác. Gọi R là trung điểm của MQ. Chứng minh rằng:
- a/ $2\overrightarrow{RM} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{RP} = \vec{0}$
- b/ $\overrightarrow{ON} + 2\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{OP} = 4\overrightarrow{OR}$, với O bất kì
- c/ Đặt điểm S sao cho tứ giác MNPS là hình bình hành. Chứng tỏ rằng: $\overrightarrow{MS} + \overrightarrow{MN} - \overrightarrow{PM} = 2\overrightarrow{MP}$
- d/ Với điểm O tùy ý, hãy chứng minh rằng: $\overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{OP}$; $\overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OS} = 4\overrightarrow{OI}$
- 4/ Cho tam giác MNP có MQ, NS, PI lần lượt là trung tuyến của tam giác. Chứng minh rằng:
- a/ $\overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{NS} + \overrightarrow{PI} = \vec{0}$
- b/ Chứng minh rằng hai tam giác MNP và tam giác SQI có cùng trọng tâm
- c/ Gọi M' là điểm đối xứng với M qua N; N' là điểm đối xứng với N qua P; P' là điểm đối xứng với P qua M. Chứng minh rằng với mọi điểm O bất kì ta luôn có: $\overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{OP} = \overrightarrow{ON'} + \overrightarrow{OM'} + \overrightarrow{OP'}$
- 5/ Cho tứ giác ABCD và M, N lần lượt là trung điểm của đoạn thẳng AB, CD. Chứng minh rằng:
- a/ $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DA} = 2\overrightarrow{MN}$
- b/ $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{MN}$
- c/ Gọi I là trung điểm của BC. Chứng minh rằng: $2(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{NA} + \overrightarrow{DA}) = 3\overrightarrow{DB}$
- 6/ Cho lục giác đều ABCDEF có tâm O. Chứng minh rằng:

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = 6\overrightarrow{MO} \text{ với mọi điểm M bất kỳ}$$

Bài 6. Cho 3 điểm $A(1;2), B(-2;6), C(4;4)$

- 1/ Chứng minh A, B, C không thẳng hàng
- 2/ Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn AB
- 3/ Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC
- 4/ Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác ABCD là hình bình hành
- 5/ Tìm tọa độ điểm N sao cho B là trung điểm của đoạn AN
- 6/ Tìm tọa độ các điểm H, Q, K sao cho C là trọng tâm của tam giác ABH, B là trọng tâm của tam giác ACQ, A là trọng tâm của tam giác BCK
- 7/ Tìm tọa độ điểm T sao cho hai điểm A và T đối xứng nhau qua B, qua C
- 8/ Tìm tọa độ điểm U sao cho $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{BU}; 2\overrightarrow{AC} = -5\overrightarrow{BU}$

Bài 7. Cho tam giác ABC có $M(1;4), N(3;0), P(-1;1)$ lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB.

Tìm tọa độ A, B, C

Bài 8. Trong hệ trục tọa độ cho hai điểm $A(2;1); B(6;-1)$. Tìm tọa độ:

- 1/ Điểm M thuộc Ox sao cho A, B, M thẳng hàng
- 2/ Điểm N thuộc Oy sao cho A, B, N thẳng hàng

CHƯƠNG II: TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTƠ VÀ ỨNG DỤNG

Bài 9. Tính giá trị các biểu thức sau:

- | | |
|---|--|
| 1/ $a\sin 0^\circ + b\cos 0^\circ + c\sin 90^\circ$ | 2/ $a\cos 90^\circ + b\sin 90^\circ + c\sin 180^\circ$ |
| 3/ $a^2\sin 90^\circ + b^2\cos 90^\circ + c^2\cos 180^\circ$ | 4/ $3 - \sin^2 90^\circ + 2\cos^2 60^\circ - 3\tan^2 45^\circ$ |
| 5/ $4a^2\sin^2 45^\circ - 3(\tan 45^\circ)^2 + (2a\cos 45^\circ)^2$ | 6/ $3\sin^2 45^\circ - (2\tan 45^\circ)^3 - 8\cos^2 30^\circ + 3\cos^3 90^\circ$ |
| 7/ $3 - \sin^2 90^\circ + 2\cos^2 60^\circ - 3\tan^2 45^\circ$ | |

Bài 10. Đơn giản các biểu thức sau:

- 1/ $A = \sin(90^\circ - x) + \cos(180^\circ - x) + \cot(180^\circ - x) + \tan(90^\circ - x)$
- 2/ $B = \cos(90^\circ - x) + \sin(180^\circ - x) - \tan(90^\circ - x) \cdot \cot(90^\circ - x)$

Bài 11. Cho tam giác ABC vuông tại A, $AB = a, BC = 2a$. Tính các tích vô hướng:

- 1/ $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$
- 2/ $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB}$
- 3/ $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$

Bài 12. Cho tam giác ABC đều cạnh bằng a. Tính các tích vô hướng:

- 1/ $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$
- 2/ $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB}$
- 3/ $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$

Bài 13. Cho tam giác ABC đều cạnh a. Tính $\overrightarrow{AB}(2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC})$

Bài 14. Cho tam giác ABC có $AB = 6; AC = 8; BC = 11$

1/ Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ và suy ra giá trị của góc A

2/ Trên AB lấy điểm M sao cho $AM = 2$. Trên AC lấy điểm N sao cho $AN = 4$. Tính $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN}$

Bài 15. Cho hình vuông cạnh a, I là trung điểm AI. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AE}$

Bài 16. Cho tam giác ABC biết $AB = 2$; $AC = 3$; góc A bằng 120° . Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ và tính độ dài BC và tính độ dài trung tuyến AM của tam giác ABC

Bài 17. Cho tam giác ABC có $A(1; -1), B(5; -3), C(2; 0)$

1/ Tính chu vi và nhận dạng tam giác ABC

2/ Tìm tọa độ điểm M biết $\overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$

Bài 18. Cho tam giác ABC có $A(1; 2), B(-2; 6), C(9; 8)$

1/ Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$. Chứng minh tam giác ABC vuông tại A

2/ Tính chu vi, diện tích tam giác ABC

3/ Tìm tọa độ điểm M thuộc trục tung để ba điểm B, M, A thẳng hàng

4/ Tìm tọa độ điểm N trên Ox để tam giác ANC cân tại N

5/ Tìm tọa độ điểm D để ABCD là hình bình hành và tìm tâm I của hình bình hành

6/ Tìm tọa độ điểm M sao cho $2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \vec{0}$

---Chúc các em thi tốt---